

ریاضی

برائے طلباء و طالبات

درجہ ثانویہ عامہ

10

$$d = rt$$

?

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$y = mx + b$$

تنظیم المدارس اہل سنت پاکستان

یونٹ 1

فی صد۔ نسبت اور تناسب

PERCENTAGE, RATIO AND

PROPORTION

1. فی صد

2. نسبت

3. تناسب

4. مرکب تناسب

1.1 - فی صد Percent

لفظہ سنٹ (Percent) لاطینی لفظہ سنٹم کی مختصر شکل ہے۔ فیصد عربی زبان کا لفظ ہے جس کا مطلب ”سو میں سے“ یا ”سوہ“ ہے۔ فی صد کے لیے علامت % استعمال ہوتی ہے۔

1.1 - فی صد بطور کسر (نسب نما 100 کے ساتھ)

$$40\% \text{ کا مطلب } 100 \text{ میں } 40 = \frac{40}{100}$$

$$60\% \text{ کا مطلب } 100 \text{ میں سے } 60 = \frac{60}{100}$$

$$85\% \text{ کا مطلب } 100 \text{ میں سے } 85 = \frac{85}{100}$$

1.1.2 - فی صد کی کسر میں تبدیلی بلحاظ نسب نما 100

ہم فی صد کو کسر میں نسب نما 100 کے ساتھ تبدیل کرنے کا طریقہ درج

ذیل مثالوں سے دیکھتے ہیں۔

$$30\% \text{ کا مطلب } 100 \text{ میں سے } 30 = \frac{30}{100}$$

55% کا مطلب 100 میں سے 55

$$= \frac{55}{100}$$

مثال :- $45\frac{1}{2}\%$ اور $22\frac{1}{2}\%$ کو بطور کسر آسان شکل میں واضح کریں۔

$$70\% = \frac{70}{100} \text{ حل :-}$$

$$= \frac{7}{10}$$

$$22\frac{1}{2}\% = \frac{45}{2 \times 100}$$

$$= \frac{9}{2 \times 20}$$

$$= \frac{9}{40}$$

$$45\frac{1}{2}\% = \frac{91}{2 \times 100}$$

$$= \frac{91}{200}$$

کسر کو % 100 سے ضرب دے کر فی صد میں تبدیل کرنا۔

کسر کو % 100 فی صد سے ضرب دے کر فی صد میں تبدیل کرنے کے لیے ہم درج ذیل مثالوں کو دیکھتے ہیں۔

مثال:- دی گئی کسروں کو فی صد میں تبدیل کیجئے۔

$$(i) \frac{7}{20} \quad (ii) \frac{9}{20} \quad (iii) \frac{7}{5} \quad (iv) \frac{1}{3}$$

حل:-

$$(i) \frac{7}{20} = \frac{7}{20} \times 100\% \quad (ii) \frac{9}{20} = \frac{9}{20} \times 100\%$$

$$= 7 \times 5\%$$

$$= 9 \times 5\%$$

$$= 35\%$$

$$= 45\%$$

$$(iii) \frac{7}{5} = \frac{7}{5} \times 100\%$$

$$(iv) \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 100\%$$

$$= 7 \times 20\%$$

$$= \frac{100}{3} \%$$

$$= 140\%$$

$$= 33\frac{1}{3} \%$$

فی صد کو عشاریہ اور اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کرنا۔

فی صد کو اعشاریہ میں تبدیل کرنے کیلئے ہم درج ذیل مثالوں کو دیکھتے ہیں۔

مثال 1:- اعشاریہ میں تبدیل کیجئے۔

$$(i) 54\% \quad (ii) 16\frac{1}{2}\% \quad (iii) 27\frac{1}{3}\%$$

$$(i) 54\% = \frac{54}{100}$$

حل:-

$$= 0.54$$

$$(ii) 16\frac{1}{2}\% = \frac{16.5}{100}$$

$$= \frac{165}{1000}$$

$$= 0.165$$

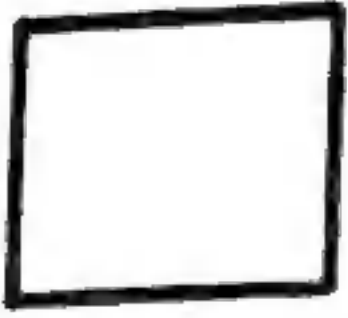
$$(iii) 27\frac{1}{3}\% = \frac{82}{3 \times 100}$$

$$= \frac{27.3}{100}$$

$$= \frac{273}{1000}$$

$$= 0.273$$

سطح زمین کا 71% پانی ہے۔
 سطح زمین پر خشکی کتنی فی صد ہے۔



مثال 2:- اسلم نے انگلش میں 50 میں سے 35 نمبر حاصل کئے، اردو میں 75 میں سے 60 اور مطالعہ پاکستان میں 75 میں سے 72 نمبر حاصل کئے۔ اس کی کس مضمون میں کارکردگی بہتر رہی۔

حل:- $\frac{35}{50} \times 100\%$ = انگلش میں حاصل کردہ نمبر فی صد میں

$$= 35 \times 2\%$$

$$= 70\%$$

$\frac{60}{75} \times 100\%$ = اردو میں حاصل کردہ نمبر فی صد میں

$$= 20 \times 4\%$$

$$= 80\%$$

$\frac{72}{75} \times 100\%$ = مطالعہ پاکستان میں حاصل کردہ نمبر فی صد میں

$$= 24 \times 4\%$$

$$= 96\%$$

پس اسلم کی بہترین کارکردگی مطالعہ پاکستان کے مضمون میں رہی۔

مثال 3:- درج ذیل کو فی صد کی شکل میں واضح کیجئے۔

(i) 0.7 (ii) 0.13 (iii) 1.26

حل:-

$$\begin{aligned} \text{(i) } 0.7 &= 0.7 \times 100\% \\ &= \frac{7}{10} \times 100\% \\ &= 7 \times 10\% \\ &= 70\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(i) } 0.13 &= 0.13 \times 100\% \\ &= \frac{13}{100} \times 100\% \\ &= 13\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii) } 1.26 &= 1.26 \times 100\% \\ &= \frac{126}{100} \times 100\% \\ &= 126\% \end{aligned}$$

مشق 1.1

1۔ درج ذیل فی صد کو کسروں کی آسان شکل واضح کیجئے۔

- (i) 95% (ii) 65% (iii) 75% (iv) 25% (v) 56% (vi) 48%
 (vii) 8% (viii) $33\frac{1}{2}\%$ (ix) $37\frac{1}{2}\%$ (x) $87\frac{1}{2}\%$ (xi) $5\frac{1}{4}\%$ (xii) $42\frac{1}{2}\%$

2۔ درج ذیل کسور کو فی صد کی شکل میں لکھئے اور جہاں ضروری ہو جواب ایک درجہ اعشاریہ تک درست کیجئے۔

- (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{2}{5}$ (iii) $\frac{4}{25}$ (iv) $\frac{13}{20}$ (v) $\frac{21}{25}$ (vi) $\frac{21}{40}$
 (vii) $\frac{23}{60}$ (viii) $\frac{8}{2}$ (ix) $\frac{8}{5}$ (x) $\frac{7}{8}$ (xi) $\frac{5}{8}$ (xii) $\frac{3}{8}$

3۔ دی گئی فی صد کو اعشاریہ میں تبدیل کیجئے جبکہ جواب تین درجہ اعشاریہ تک درست ہو۔

- (i) 47% (ii) 58% (iii) 92% (iv) 8% (v) 12% (vi) 120%
 (vii) 180% (viii) 145% (ix) $5\frac{1}{2}\%$ (x) $5\frac{1}{3}\%$ (xi) $48\frac{2}{3}\%$ (xii) $58\frac{1}{3}\%$

4۔ درج ذیل اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کیجئے۔

- (i) 0.5 (ii) 0.9 (iii) 1.25 (iv) 1.39 (v) 1.72 (vi) 0.22
 (vii) 2.64 (viii) 3.41 (ix) 0.845 (x) 1.78 (xi) 1.58 (xii) 0.065

5۔ درج ذیل جدول کو مکمل کیجئے۔

کسر	فی صد	اعشاریہ
i. $\frac{3}{4}$	75%	0.75
ii. $\frac{4}{5}$		0.8
iii.	40%	
iv.		0.62
v.	44%	

1.1.3۔ روز مرہ زندگی میں فی صد کا استعمال

درج ذیل روز مرہ زندگی کی مثالوں پر غور کیجئے جن میں فی صد کو استعمال کیا گیا ہے۔

مثال 1:۔ اگر ایک کارپارکنگ میں 800 کاریں ہوں اور ان میں سے 80% کاریں پاکستان میں بنی ہوں تو پاکستانی کاروں کی تعداد معلوم کیجئے۔

حل:۔

$$\begin{aligned} \text{کارپارکنگ میں کاروں کی تعداد} &= 800 \\ &= \frac{80}{100} \times 800 \\ \text{پاکستانی کاروں کی تعداد} &= \frac{80}{100} \times 800 \\ &= 640 \end{aligned}$$

مثال 2:۔ اگر ایک سکول میں کل طلبہ کا $\frac{4}{5}$ چھٹی پر ہوں تو ہر سو میں کتنے طلبہ چھٹی پر تھے۔

حل:۔

$$\begin{aligned} \text{ہر سو میں چھٹی پر طلبہ کی تعداد} &= \frac{4}{5} \times 100 \\ &= 4 \times 20 \\ &= 80 \end{aligned}$$

پس ہر سو میں سے 80 طلبہ چھٹی پر تھے۔

مثال 3:۔ اگر ایک کالونی کے 56% گھروں میں سے ہر گھر میں ایک کار موجود ہو تو کالونی کے کتنے فی صد

گھروں میں کار نہیں ہوگی۔

56% = گھروں کی تعداد فی صد میں جن میں کار موجود ہے۔

(100 - 56)% = گھروں کی تعداد فی صد میں جن میں کار موجود نہیں ہے۔

$$= 44\%$$

پس 44% گھروں میں کار موجود نہیں ہے۔

اگر دواشیا کی فیصد میں سے ایک کی فیصد دی گئی ہو تو ہم دوسری کی فی صد معلوم کر سکتے ہیں۔

مشق 1.2

1. اگر ایک سکول کے طلبہ میں سے 45 لڑکیاں ہوں تو لڑکوں کی تعداد فی صد میں کیا ہو گئی؟
2. اگر 82% کمروں میں ٹیلی وژن ہوں تو کتنے فی صد کمروں میں ٹیلی وژن نہیں ہوگا؟
3. ایک ہاکی ٹیم نے کھیلے گئے میچوں میں سے 62% فی صد جیتے جبکہ 26% برابر رہے۔ ہاکی ٹیم نے کل کتنے فیصد میچ ہارے؟
4. ایک ہوائی جہاز میں 400 مسافر سوار تھے جن میں سے 52% مسافر پاکستانی، 17% چائینز، 12% ایرانی اور بقیہ برطانیہ سے تھے۔
 - (i) ہر ملک سے کتنے مسافر جہاز میں سوار تھے؟
 - (ii) برطانیہ کے مسافر کتنے فی صد تھے؟
5. آمنہ نے ریاضی کے امتحان میں 50 میں سے 46 نمبر حاصل کئے جبکہ کیمسٹری میں 75 میں سے 64 اور فزکس میں 80 میں سے 72 نمبر حاصل کئے۔ اس نے کس مضمون میں بہترین کارکردگی دکھائی؟
6. ایک ترکھان کی ایک میز بنانے پر 720 روپے لاگت آئی۔ اگر اس نے یہ میز 920 روپے میں بیچی ہو تو اس کا منافع فی صد میں بتائیے۔
7. اگر کسی کتاب کا 84% فی صد حصہ 420 صفحات پر مشتمل ہو تو کتاب میں کل کتنے صفحات ہوں گے؟
8. حمزہ اپنی کل آمدنی میں سے 20% مکان کے کرایہ پر خرچ کرتا ہے اور بقیہ میں سے 70% گھریلو اخراجات پر۔ اگر اسے 1800 روپے کی بچت ہو تو اس کی کل آمدنی کیا ہوگی؟
9. راجیل کی آمدنی روف کی آمدنی سے 25% زیادہ ہے۔ روف کی آمدنی راجیل کی آمدنی سے کتنے فی صد کم ہے؟

1.2۔ نسبت

پچھلی جماعتوں میں ہم نسبت سے متعلق پڑھ چکے ہیں اور ان سے متعلق مسائل حل کر چکے ہیں۔ آئیے یاد دہانی کیجئے۔

ہماری روزمرہ زندگی میں ہمیں ہمیشہ اشیاء کی قیمتوں یا مقداروں کے موازنہ کی ضرورت رہتی ہے۔ مثال کے طور پر اگر ایک ٹوکری میں چھ انڈے اور دوسری ٹوکری میں 24 انڈے ہیں تب دونوں ٹوکریوں میں انڈوں کی تعداد کا موازنہ ہمیں نسبت کو سمجھنے میں راہنمائی کرتا ہے۔

اس لیے ایک جیسی اکائیوں والی ایک جیسی مقداروں کے موازنہ کو نسبت کہتے ہیں۔
نسبت کے لیے علامت ":" ہے۔

1.2.1۔ (i) نسبت بطور تعلق

اگر a اور b دو مقداروں کو ظاہر کرتے ہوں جبکہ b غیر صفر ہو تو a کی b سے نسبت کو $a:b$ اور کسر کی شکل میں $\frac{a}{b}$ لکھتے ہیں۔

اگر ایک مقدار 2 اور دوسری 3 ہو تو دونوں مقداروں میں نسبت 2:3 یا $\frac{2}{3}$ ہوگی۔

اگر دو مقداریں جن کا موازنہ کیا جانا ہو ایک ہی اکائی میں نہ ہوں تو ان کے درمیان نسبت معلوم کرنے کے لیے پہلے ہم ان کو ایک ہی اکائی میں تبدیل کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر اگر دو لمبائیاں 50 سینٹی میٹر اور 3 میٹر ہوں تو ان کے درمیان نسبت:

$$\left. \begin{array}{l} 50 : 300 \\ = 1 : 6 \end{array} \right\}$$

$$100 \text{ سینٹی میٹر} = 1 \text{ میٹر}$$

$$300 \text{ سینٹی میٹر} = 3 \text{ میٹر}$$

(1 کے علاوہ) اگر a اور b صحیح اعداد ہوں اور ان کے درمیان کوئی مشترک جز نہ ہوں تو نسبت a:b اپنی آسان ترین شکل کہلاتی ہے۔

مثال 1:- نسبت 8:12 کو آسان ترین شکل میں لکھئے۔

$$\begin{aligned} \text{حل:-} \quad 8:12 &= \frac{8}{4} : \frac{12}{4} \\ &= 2:3 \end{aligned}$$

مثال 2:- نسبت 24:12 کو آسان ترین شکل میں لکھئے۔

$$\text{حل:-} \quad 24:12 = \frac{24}{12} : \frac{12}{12}$$

1.2.1 - (ii) اینٹی سی ڈینٹ اور کانسٹی کوئٹ Antecedent and Consequent

نسبت a:b میں "a" کو اینٹی سی ڈینٹ (پہلا یا پہلا آنے والا) کہتے ہیں اور "b" کو کانسٹی کوئٹ (بعد میں آنے والا) کہتے ہیں۔ مثال طور پر 2:5 میں 2 اینٹی سی ڈینٹ ہے اور 5 کانسٹی کوئٹ ہے۔

1.2.1 - (iii) نسبت کی کوئی اکائی نہیں ہوتی

آئیے ایک جگہ اور ایک گلاس کو دیکھتے ہیں جن میں بالترتیب 1500 ملی لیٹر اور 200 ملی لیٹر جوس ہے۔

$$2:15 \text{ یا } \frac{2}{15} = \frac{\text{گلاس میں جوس کا حجم}}{\text{جگہ میں جوس کا حجم}} = \frac{\text{دواشیا میں جوس کے حجم کا موازنہ}}{\text{جگہ میں جوس کا حجم}}$$

ہم ان دونوں مقداروں کا موازنہ کر سکتے ہیں کیونکہ شمار کنندہ اور نسبت نما میں کائناتیں ایک جیسی ہیں۔
لے نسبت 2:15 کی کوئی کائی نہیں

1.2.1- (iv) نسبت کا آرڈر

اگر دو مقداروں کو a اور b سے ظاہر کیا جائے تو a سے b کی نسبت کو $a:b$ لکھتے ہیں۔

ہم اس نسبت کو $b:a$ نہیں لکھ سکتے، کیونکہ $\frac{a}{b} \neq \frac{b}{a}$ یا $a:b \neq b:a$

اس لیے نسبت میں مقداروں کی ترتیب کو برقرار رکھنا ضروری ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر 2:5 اور 5:2 دو مختلف نسبتیں ہیں کیونکہ $\frac{2}{5} \neq \frac{5}{2}$ یا $2:5 \neq 5:2$

1.2.2- نسبت میں جب ایک عدد کو بڑھایا یا کم کیا جائے

اگر ایک سکول کی لائبریری میں ریاضی کی کتب کی تعداد کو 75 سے بڑھا کر 95 کیا جائے تو:

$$75:95 = \text{پہلی کتب کی تعداد اور موجود کتب کی تعداد میں نسبت}$$

$$= 15:19$$

یعنی کتب کی تعداد میں اضافہ 15:19 کی نسبت میں ہے۔

مثال 1:- ایک طالب علم 70 روپے روزانہ خرچ کرتا ہے لیکن اتوار کو وہ صرف 20 روپے خرچ کرتا ہے۔
اتوار اور ہر روز خرچ کیے گئے روپوں کی تعداد میں نسبت معلوم کیجئے۔

$$\text{حل:-} \quad 20:70 = \text{مطلوبہ نسبت}$$

$$= 2:7$$

مثال 2:- 5:4 کی نسبت میں 40 کتب کا اضافہ کیا جائے تو اضافہ کی گئی کتب کی تعداد کیا ہوگی؟

$$\text{حل:-} \quad 40 = \text{اضافہ کی گئی کتب کی تعداد}$$

$$5:4 = 5:4 = \frac{5}{4}$$

$$40 \times \frac{5}{4} = \text{کتب کی تعداد میں اضافہ}$$

$$= 10 \times 5$$

$$= 50$$

پس کتب کی تعداد میں 50 کتب کا اضافہ ہوگا۔

مسئلہ 3:- کس نسبت میں 60 مربع میٹر کو 24 مربع میٹر کم کیا جاسکتا؟
 حل:- پرانی مقدار : نئی مقدار = مطلوبہ نسبت

$$= 24 : 60$$

$$= \frac{24}{60}$$

$$= \frac{2}{5}$$

$$= 2:5$$

مشق 1.3

1- پہلی مقدار کی دوسری مقدار سے آسان شکل میں نسبت معلوم کیجئے۔

(i) Rs. 24, Rs. 6

(ii) 20Kg, 5kg

(iii) 20cm, 80cm

(iv) 5m, 5m

(v) 1500km, 1200km

(vi) Rs. 150, Rs. 275

2- درج ذیل میں سے ہر نسبت کو آسان شکل میں لکھیے۔

(i) $\frac{2}{3} : \frac{3}{5}$

(ii) $\frac{4}{5} : \frac{3}{4}$

(iii) $\frac{5}{6} : \frac{7}{10}$

(iv) $\frac{13}{40} : \frac{3}{20}$

(v) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$

(vi) $\frac{4}{10} : 20$

(vii) $\frac{15}{10} : 2$

(viii) $\frac{12}{10} : \frac{28}{10}$

(ix) $\frac{2}{5} : \frac{1}{3}$

3۔ ایک شہر میں 128 میڈیکل کے طلبہ نے درج ذیل جدول کے مطابق سطر کیا۔

کتاب	بیس	فکس	رکشا
28	75	9	14

درج ذیل طلبہ کے درمیان جنہوں نے سطر کیا نسبت معلوم کیجئے۔

(i) رکشا سے فکس سے؟

(ii) فکس سے بیس سے؟

(iii) فکس سے کتاب سے؟

4۔ اسکول کی لائبریری میں ریاضی کی 75 کتاب، انگلش کی 115 کتاب، کیمسٹری کی 85 کتاب، اور فزکس کی 60 کتاب موجود ہیں۔ درج ذیل نسبت معلوم کیجئے۔

(i) ریاضی کی کتاب کی تعداد اور انگلش کی کتاب کی تعداد میں۔

(ii) انگلش کی کتاب کی تعداد اور کیمسٹری کی کتاب کی تعداد میں۔

(iii) انگلش کی کتاب کی تعداد اور فزکس کی کتاب کی تعداد میں۔

(iv) فزکس کی کتاب کی تعداد اور کیمسٹری کی کتاب کی تعداد میں۔

(v) فزکس کی کتاب کی تعداد اور ریاضی کی کتاب کی تعداد میں۔

(vi) کیمسٹری کی کتاب کی تعداد اور ریاضی کی کتاب کی تعداد میں۔

1.2.3۔ روز مرہ زندگی میں نسبت کا استعمال

ہماری روز مرہ زندگی میں نسبت سے متعلق چند مثالیں درج ذیل ہیں۔

مثال 1:- ایک اسکول میں 1029 طلبہ ہیں۔ جن میں سے 504 لڑکیاں ہیں۔ لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد کے درمیان کیا نسبت ہوگی؟

حل:- $1029 =$ طلبہ کی کل تعداد

$504 =$ لڑکیوں کی تعداد

$1029 - 504 =$ لڑکوں کی تعداد

$= 525$

$504 : 525 =$ مطلوبہ نسبت

مثال نمبر 2:- ایک مستطیل کی لمبائی 6 سینٹی میٹر اور چوڑائی 4 سینٹی میٹر ہے۔ ایک دوسری مستطیل کی لمبائی 9 سینٹی میٹر اور چوڑائی 2 سینٹی میٹر ہے۔ درج ذیل نسبت معلوم کیجئے۔

- (i) دونوں مستطیلوں کی لمبائیوں کے درمیان
(ii) دونوں مستطیلوں کے احاطوں کے درمیان
(iii) دونوں مستطیلوں کی چوڑائیوں کے درمیان
(iv) دونوں مستطیلوں کے رقبوں کے درمیان

حل:-

$$\text{سینٹی میٹر } 6 = \text{پہلی مستطیل کی لمبائی}$$

$$\text{سینٹی میٹر } 4 = \text{پہلی مستطیل کی چوڑائی}$$

$$= 6 \times 4 = \text{مستطیل کا رقبہ}$$

$$= 24 \text{ سینٹی میٹر}$$

$$= 2 \times (6 + 4) = \text{پہلی مستطیل کا احاطہ}$$

$$= 20 \text{ سینٹی میٹر}$$

$$\text{سینٹی میٹر } 9 = \text{دوسری مستطیل کی لمبائی}$$

$$\text{سینٹی میٹر } 2 = \text{دوسری مستطیل کی چوڑائی}$$

$$= 9 \times 2 = \text{دوسری مستطیل کا رقبہ}$$

$$= 18 \text{ سینٹی میٹر}$$

$$= 2 \times (9 + 2) = \text{دوسری مستطیل کا احاطہ}$$

$$= 22 \text{ سینٹی میٹر}$$

$$(i) \quad 6:9 = \text{پہلی اور دوسری مستطیل کی لمبائیوں کے درمیان نسبت}$$

$$= 2:3$$

$$(ii) \quad 4:2 = \text{پہلی اور دوسری مستطیل کی چوڑائیوں کے درمیان نسبت}$$

$$= 2:1$$

$$(iii) \quad 20:22 = \text{پہلی اور دوسری مستطیل کے احاطوں کے درمیان نسبت}$$

$$= 10:11$$

$$(iv) \quad 24:18 = \text{پہلی اور دوسری مستطیل کے رقبوں کے درمیان نسبت}$$

$$= 4:3$$

مثال 3 :- اگر $a : b = 2 : 3$ تو $6a : 5b$ معلوم کیجئے۔

حل :- $a : b = 2 : 3$ یعنی $a = 2, b = 3$

اس لیے $6a : 5b = 6 \times 2 : 5 \times 3$

$$= 12 : 15$$

$$= \frac{12}{3} : \frac{15}{3}$$

$$= 4 : 5$$

$$6a : 5b = 4 : 5$$

پس

مشق 1.4

1. ہر 6 روپے کے عوض 72 روپے فی درجن کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
2. 150 روپے فی میٹر اور 150 روپے فی میٹر کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
3. 72 روپے کے لیے اور ہر ایک کے لیے 4 روپے کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
4. اگر مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی 2 سینٹی میٹر اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی 6 سینٹی میٹر ہو تو درج ذیل نسبتیں معلوم کیجئے۔
 - (i) مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی کے درمیان۔
 - (ii) مربع 'A' کے احاطہ اور مربع 'B' کے احاطہ کے درمیان۔
 - (iii) مربع 'A' کے رقبہ اور مربع 'B' کے رقبہ کے درمیان۔
5. اگر $a : b = 2 : 3$ تو $6a : 2b$ معلوم کیجئے۔
6. ایک مثلث کے اضلاع کی لمبائیاں 3 سینٹی میٹر، 4 سینٹی میٹر اور 6 سینٹی میٹر ہیں۔ مثلث کے اضلاع کی لمبائیاں کے درمیان نسبتیں معلوم کیجئے۔
7. ایک مثلث میں دو زاویے 54° اور 72° ہیں۔ تیسرے زاویے کی دیئے گئے دو زاویوں کی مقداروں کے مجموعہ کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
8. علی کے والد کی ماہانہ تنخواہ 40000 روپے ہے جبکہ اس کے والد کا ماہانہ خرچ 35000 روپے ہے، نسبت معلوم کیجئے۔

(i) آمدنی اور اخراجات میں

(ii) اخراجات اور بچت میں

(iii) آمدنی اور بچت میں

9. اگر مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی 5 سینٹی میٹر اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی 8 سینٹی میٹر ہو تو درج ذیل میں نسبتیں معلوم کیجئے۔

(i) مربع 'A' کے ضلع کی لمبائی اور مربع 'B' کے ضلع کی لمبائی میں

(ii) مربع 'A' کے رقبہ اور مربع 'B' کے رقبہ کے درمیان

10. اگر ایک خانہ ان کے پاس 12 پائے ہیں جن میں سے 5 ٹوٹے، 2 چڑیاں اور بقیہ کبوتر ہوں تو:

(i) کبوتروں اور چڑیوں کی تعداد میں نسبت معلوم کیجئے۔

(ii) کبوتروں اور پائوں کی تعداد میں نسبت معلوم کیجئے۔

1.3۔ تناسب Proportion

”نسبتوں کے درمیان برابری تناسب کہلاتی ہے۔ تناسب کے لیے علامت “::” یا “=” ہے۔

1.3.1۔ طرفین اور وسطین Extremes and Means

اگر $a:b = c:d$ تب $a:b :: c:d$ تناسب ہے، ہم اسے اس طرح پڑھتے ہیں۔

a سے b کو نسبت دینی ہے جو کہ c کو d سے۔

d اور c، b، a تناسب کی رقوم کہلاتی ہے۔

پہلی اور آخری رقوم یعنی a اور d سے کو طرفین (extremes) کہتے ہیں۔

دوسری اور تیسری رقوم یعنی b اور c کو وسطین (mean) کہتے ہیں۔

$$a:b :: c:d$$

$$ad = bc$$

طرفین کا حاصل ضرب برابر ہوتا ہے وسطین کے حاصل ضرب کے

مثال :- تناسب 60:15 :: 3:x میں x کی قیمت معلوم کیجئے۔

حل :- تناسب 60:15 :: 3:x میں :

$$a = x, b = 3, c = 60 \text{ اور } d = 15$$

$$ad = \text{طرفین کا حاصل ضرب}$$

$$= x \times 15 = 15x$$

$$cb = \text{وسطین کا حاصل ضرب}$$

$$3 \times 60$$

$$= 180$$

$$\text{وسطین کا حاصل ضرب} = \text{طرفین کا حاصل ضرب}$$

$$= 180$$

$$15x$$

$$x = \frac{180}{15}$$

$$= 12$$

$$x = 12 \text{ ہیں}$$

1.3.2 تناسب (راست اور معکوس)

تناسب راست direct proportion

دو نسبتوں کے درمیان تعلق جس میں ایک مقدار میں اضافہ دوسری مقدار میں اسی تناسب سے اضافہ کا باعث بنے یا ایک مقدار میں کمی دوسری مقدار میں اسی تناسب میں کمی کا باعث بنے "راست تناسب" کہلاتی ہے۔

تناسب معکوس Inverse proportion

■ نسبتوں کے درمیان تعلق جس میں ایک مقدار میں اضافہ اسی تناسب سے دوسری مقدار میں کمی کا باعث بنے یا ایک مقدار میں کمی اسی تناسب سے دوسری مقدار میں اضافہ کا باعث بنے "تناسب معکوس" کہلاتا ہے۔

1.3.3۔ روزمرہ زندگی سے مسائل

مثال 1:- 20 قلم 2000 روپے کے ہوں تو ایسے 40 قلم کی کیا قیمت ہوگی؟

حل:- فرض کیا 40 قلم کی قیمت x روپے ہے تب:

قلم	قیمت
20	2000
40	x

$$20:40::2000:x$$

$$\frac{20}{40} = \frac{2000}{x}$$

$$= \frac{2000}{x}$$

اس لیے

$\frac{1}{2}$

$$x \times 1 = 2 \times 2000$$

$$x = 4000$$

پس 40 قلم کی قیمت 4000 روپے ہوگی۔

مثال 2:- 80 قمیضوں کی قیمت 22000 روپے ہو تو ایسی 30 قمیضوں کی کیا قیمت ہوگی؟

حل:- قیمت قمیض

80	22000
30	x

$$80:30::22000:x$$

$$\frac{80}{30} = \frac{22000}{x}$$

$$80x = 22000 \times 30$$

$$x = \frac{22000 \times 30}{80}$$

$$x = 8250$$

پس 30 قمیضوں کی قیمت 8250 روپے ہوگی۔

مثال 3 :- 900 آدمیوں کی آرمی کارمیشن کے پاس خوراک کا 30 دن کا ذخیرہ ہے بعد میں 150 آدمی آرمی کارمیشن کو چھوڑ دیتے ہیں۔ بتائیے وہی خوراک کا ذخیرہ بقیہ آدمیوں کے لیے کتنے دن کے لیے کافی ہوگا؟

$$900 = \text{آدمیوں کی تعداد}$$

$$150 = \text{آدمیوں کی تعداد جو آرمی کارمیشن چھوڑ گئے}$$

$$900 - 150 = \text{بقیہ آدمیوں کی تعداد}$$

$$= 750$$

فرض کیا مطلوبہ دنوں کی تعداد x ہے تو:

آدمی	دن
900	30
↓	↓
750	x

$$900 : 750 :: x : 30$$

$$\frac{900}{750} = \frac{x}{30} \Rightarrow x = \frac{90 \times 30}{75}$$

$$= 6 \times 6$$

$$= 36 \text{ دن}$$

$$\text{مطلوبہ دنوں کی تعداد} = 36$$

پس

اس لیے

1.4- مرکب تناسب Compound Proportion

دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے درمیان تعلق کو مرکب تناسب کہتے ہیں۔ تفصیل کے لیے ہم درج ذیل مثالوں کو دیکھتے ہیں۔

مثال 1:- ایک دکاندار 5 آدمیوں کی مدد سے 8 گھنٹے روزانہ کی بنیاد پر 200 اشیاء تیار کرنے کا منصوبہ بناتا ہے۔ اگر 8 آدمی 6 گھنٹے روزانہ کی بنیاد پر کام کریں تو کتنی اشیاء تیار کی جاسکتی ہیں؟
حل:- فرض کیجئے مطلوبہ اشیاء کی تعداد x ہے۔

اشیاء	روزانہ کے اوقات	آدمی
200	8	8
x	6	5

اگر آدمیوں کی تعداد بڑھتی ہے تو اشیاء کی تعداد بھی بڑھتی ہے۔
(تناسب راست)

اگر کام کرنے کے اوقات میں اضافہ ہوتا ہے تب اشیاء کی تعداد بڑھتی ہے
(تناسب راست)

اشیاء	روزانہ کے اوقات	آدمی
200 ↑	8 ↑	5 ↑
x ↑	6 ↑	8 ↑

$$\frac{x}{200} = \frac{6}{8} \times \frac{8}{5}$$

$$x = \frac{6}{8} \times \frac{8}{5} \times 200$$

$$= 6 \times 40$$

$$= 240$$

پس مطلوبہ اشیاء کی تعداد 240 ہوگی۔

مسئلہ 2:- اگر 4 افراد کے ایک خاندان کے لیے 40 دن کے لیے 4000 روپے کافی ہوں تو 5 افراد کے خاندان کے لیے 15000 روپے کتنے دنوں کے لیے کافی ہوں گے۔

حل:- فرض کیجئے مطلوبہ دنوں کی تعداد x ہے۔

دی گئی مقداروں کو جدول میں رکھئے:

روپے	افراد کی تعداد	دن
4000	4	40
15,000	5	x

چونکہ دونوں کی تعداد مطلوب ہے لہذا ہم جدول کے آخری کالم کا پہلے دو کالموں سے موازنہ کریں گے۔

اگر روپوں کی تعداد بڑھتی ہے تب دنوں کی تعداد بڑھتی ہے۔

(تناسب راست)

اگر افراد کی تعداد بڑھتی ہے تو دنوں کی تعداد بڑھتی ہے۔

(تناسب معکوس)

روپے	افراد کی تعداد	دن
4000	4	40
15000	5	x

تیر کے نشان کو استعمال کرتے ہوئے ہمارے پاس:

$$\frac{x}{40} = \frac{4}{5} \times \frac{15000}{4000}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{5} \times \frac{15000}{4000} \times 40$$

$$\Rightarrow x = 120$$

پس 15000 روپے 120 دن کے لیے کافی ہوں گے۔

مشق 1.5

1. $x : 8 :: 50 : 20$ کے تناسب میں x کی قیمت معلوم کیجئے۔
2. اگر کپڑے کے 15 جوزوں کی قیمت 6750 روپے ہو تو 4050 روپوں میں کتنے جوزے خریدے جاسکتے ہیں؟
3. اگر ایک موٹر سائیکل 2 لٹر پٹرول میں 90 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرے تو 225 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے کتنا پٹرول درکار ہوگا؟
4. ایک گاڑی کو ایک خاص سفر کے لیے 45 کلومیٹر فی گھنٹہ کے حساب سے 5 گھنٹے درکار ہیں۔ تین گھنٹوں میں اسی سفر کو مکمل کرنے کے لیے گاڑی کی رفتار کیا ہوگی؟
5. 6 آدمی ایک گھر کو چار دنوں میں رنگت کتے ہیں۔ اگر تین آدمیوں کو رکھا جائے تو وہ کتنے عرصہ میں گھر کو رنگت کریں گے؟
6. ایک مینبر 25 آدمیوں کی مدد سے 4 گھنٹے روزانہ کی بنیاد پر 100 بلائیں بنانے کا منصوبہ بنانا ہے۔ اگر تین گھنٹے روزانہ کام کیا جائے تو 40 آدمی کتنے بلائیں بنائیں گے؟
7. 20 مشینوں کی مدد سے ایک فیکٹری میں 7 دنوں میں 560 عکے بنتے ہیں۔ 18 مشینوں کی مدد سے 12 دنوں میں کتنے عکے بن سکیں گے؟
8. ایک فیکٹری میں 20 مشینوں پر 9 دنوں میں 600 سوٹ تیار ہوتے ہیں۔ 18 مشینوں کی مدد سے 12 دنوں میں کتنے سوٹ تیار ہوں گے؟
9. ایک ہاسٹل میں 12 آدمیوں کا 28 دن رہنے کا خرچہ 6720 روپے ہو تو 8 آدمیوں کا 14 دن رہنے کے لیے کتنا خرچہ آئے گا؟
10. اگر ایک ہوٹل میں 14 آدمیوں کا 8 دن رہنے کے لیے 22400 روپے خرچ آتا ہو تو 7 آدمیوں کا 13 دن کے لیے کتنا خرچہ آئے گا؟
11. 14 گائے 63 کلو گرام چار 18 دن میں کھاتی ہیں۔ 28 دن میں 770 کلو گرام چار کتنی گائیں کھائیں گی؟
12. 15 کاریگر 8 گھنٹے روزانہ کام کرتے ہوئے 3000 بوطل جو ایک دن میں تیار کرتے ہیں۔ 18 کاریگر 6 گھنٹے روزانہ کی بنیاد پر روزانہ جوس کی کتنی بوطلیں تیار کریں گے؟

جائزہ مشق 1

1۔ صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) $600 = ?$ کا 20%:

- (a) 12 (b) 120 (c) 20 (d) 200

(ii) 70% کی کسری شکل:

- (a) 7 (b) $\frac{7}{10}$ (c) $\frac{10}{7}$ (d) 7

(iii) $\frac{7}{20}$ فی صد کی شکل میں:

- (a) 35% (b) 35 (c) 20 (d) 20%

(iv) $\frac{1}{3}$ فی صد کی شکل میں:

- (a) 3% (b) 1% (c) 33% (d) $33\frac{1}{3}\%$

(v) $0.13 = ?$ فی صد کی شکل میں:

- (a) 13 (b) 30 (c) 13% (d) 10%

(vi) $a:b = ?$ کی نسبت میں "a" کو کیا کہتے ہیں؟

- (A) انتہائی (b) انٹی کی ڈنٹ

- (c) کانسی کوئٹ (d) درمیان

(vii) $a:b = ?$ کی نسبت میں "b" کو کیا کہتے ہیں؟

- (A) انتہائی (b) انٹی کی ڈنٹ

- (c) کانسی کوئٹ (d) درمیان

(viii) $a:d:c:d = ?$ کی تناسب میں "a" اور "b" کو کیا کہتے ہیں؟

- (a) طرفین (b) وسطین

- (c) انٹی کی ڈنٹ (d) کانسی کوئٹ

(ix) $a:b::c:d$ کی تناسب میں "b" اور "c" کو کیا کہتے ہیں؟

(b) طرفین

(A) وسطین

(d) انٹی کی ڈینٹ

(c) کالسی کوئٹ

(x) $75:95$ کی آسان شکل کیا ہے؟

(a) $15:17$

(b) $15:19$

(c) $19:15$

(d) $17:15$

2۔ خالی جگہ پر کیجئے۔

(i) $1500 =$ کا 30%

(ii) $15\% =$ کی کسری شکل

(iii) $\frac{7}{25}$ فی صد کی شکل میں

(iv) $\frac{2}{3}$ فی صد کی شکل میں

(v) $0.29 =$ فی صد کی شکل میں

(vi) $a:b =$ کی نسبت میں "a"

(vii) $a:b =$ کی نسبت میں "b"

(viii) $a:b::c:d =$ کی تناسب میں a اور d

(ix) $a:b::c:d =$ کی تناسب میں طرفین کا ضرب

(x) $\frac{2}{3} : \frac{3}{5} =$ کی آسان شکل

1. ایک گاڑی میں 800 مسافر سوار ہو سکتے ہیں۔ اگر 55% مسافر مرد اور 15% بچے ہوں تو عورتیں کتنی فی صد ہوں گی؟
2. عظیم اپنی آمدنی کا 25% کرایہ مکان پر خرچ کرتا ہے جبکہ بقیہ رقم کا 60% گھریلو اخراجات پر، اگر اس کی بچت 2100 روپے ہو تو اس کی کل آمدنی بتائیے؟
3. ایک سکول میں 220 طلبہ کے لیے کرسیاں، 110 طلبہ کے لیے میز، 50 کرسیاں شاف کے لیے اور 30 میز شاف کے لیے ہوں تو درج ذیل میں نسبت معلوم کیجئے۔
 - (i) طلبہ کی کرسیوں اور طلبہ کی میزوں کی تعداد کے درمیان؛
 - (ii) طلبہ کی کرسیوں اور شاف کی کرسیوں کی تعداد کے درمیان؛
 - (iii) طلبہ کی میزوں اور شاف کی میزوں کی تعداد کے درمیان؛
1. ایک مثلث میں دو زاویے 48° اور 60° ہوں تو تیسرے زاویے کی پہلے دو زاویوں کے مجموعے کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
2. 8 لوگ ایک کام کو 24 دنوں میں کرتے ہیں اگر 4 مزید لوگ شامل ہو جائیں تو وہی کام کتنے دنوں میں مکمل ہوگا؟
3. ایک ہاسٹل میں 18 طلبہ کا 36 دن رہنے کا خرچہ 58320 روپے ہے۔ 9 طلبہ کا 12 دن ہاسٹل میں رہنے کا خرچہ معلوم کیجئے۔

خلاصہ

فی صد کا مطلب "سو میں سے" ہے۔

دو ایک جیسی چیزوں کے درمیان موازنہ کو نسبت کہتے ہیں۔

$A:b$ میں "a" کو اینٹی سی ڈینٹ کہتے ہیں۔

$A:b$ میں "b" کو کالسی کوینٹ کہتے ہیں۔

دو نسبتوں کی برابری کو تناسب کہتے ہیں۔

$A:b :: c:d$ میں "a" اور "d" کو طرفین اور "b" اور "c" کو وسطین

کہتے ہیں۔

دو نسبتوں کے تعلق میں اگر ایک کی مقدار میں اضافہ دوسری کی مقدار میں

اسی تناسب میں اضافہ کا باعث ہو تو اسے ہم تناسب راست کہتے ہیں۔

دو نسبتوں کے تعلق میں اگر ایک کی مقدار میں اضافہ دوسرے کی مقدار میں

کمی یا ایک کی مقدار میں کمی دوسرے کی مقدار میں اضافہ کا باعث ہو تو اسے

ہم تناسب معکوس کہتے ہیں۔

دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے درمیان تعلق کو "مرکب تناسب" کہتے ہیں۔

زکوٰۃ۔ عشر اور وراثت (ترکہ)

ZAKAT, USHAR AND INHERITANCE

❖ زکوٰۃ

❖ عشر

❖ وراثت (ترکہ)

2.1. ZAKAT

زکوٰۃ اسلام کے پاک بنیادی ارکان میں سے ایک ہے۔ زکوٰۃ رقم ہے جو کہ صاحب نصاب مسلمان دی گئی شرعاً، فریضہ اور ضرورت مندوں میں بذات خود یا اسلامی ریاست کے ذریعے سال میں ایک بار ادا کرتے ہیں۔

2.1.1. نصاب Nisab

ایک مسلمان جو ایک سال تک اپنی ملکیت میں 7.5 تولہ (گرام 86.1562) سونا یا 52.5 تولہ (گرام 603) چاندی یا اس کے برابر روپیہ رکھ رہا ہو صاحب نصاب مسلمان کہلاتا ہے/کہلاتی ہے۔ اسے چاہے کہ قرآن اور حدیث میں دی گئی شرع کے حساب سے زکوٰۃ ادا کرے۔ زکوٰۃ دو قسم کی دولت پر ہوا کی جاتی ہے۔

(Unexposed wealth) غیر ظاہری دولت (II) (exposed wealth) ظاہری دولت (I)

ظاہری دولت میں زرعی سامان، موٹا، گاڑیاں، مکان، معدنیات، اور کاروباری سامان وغیرہ شامل ہیں۔ جبکہ غیر ظاہری دولت میں سونا چاندی روپیہ اور اس کے جلت شامل ہیں۔

2.1.2. Rate of Zakat زکوٰۃ کی شرح

زکوٰۃ صاحب نصاب مسلم ظاہری اور غیر ظاہری دولت پر ہوا کرتا کرتی ہے۔ زکوٰۃ کی شرح 2.5 فی صد یا سامان یا روپیہ کا چالیسواں حصہ ہے۔ تاہم زکوٰۃ استعمال سامان جیسا کہ مٹی کی آلات، خام مال، کارخانہ کی عمارت وغیرہ زکوٰۃ کو نہیں ہوتی۔

مثال 1:- 5,00,000 روپے کی رقم پر زکوٰۃ معلوم کیجئے۔

حل:- روپے 5,00,000 = رقم

2.5% = زکوٰۃ کی شرح

$$= 2.5 \times \frac{1}{100} = \frac{25}{10} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{25}{1000}$$

روپے 5,00,000 $\times \frac{25}{1000}$ = زکوٰۃ کی رقم

$$= 500 \times 25$$

$$= 12,500 \text{ روپے}$$

محل 2:- 3,00,000 روپے کی رقم، 40 گرام سونا اور 500 گرام چاندی پر زکوٰۃ کی رقم نکالے جو سونے کی قیمت 3500 روپے فی گرام اور چاندی کی قیمت 400 روپے فی گرام ہو۔

حل:- (i) روپے 3,00,000 = رقم

گرام 40 = سونے کا وزن

روپے 3500 = سونے کی قیمت فی گرام

روپے 40 × 3500 = 40 گرام سونے کی قیمت

(ii) روپے 1,40,000 =

گرام 500 = چاندی کا وزن

روپے 400 = چاندی کی قیمت فی گرام

500 × 400 = 500 گرام چاندی کی قیمت

(iii) روپے 2,00,000 =

روپے 2,00,000 + روپے 1,40,000 + روپے 3,00,000 = زکوٰۃ کے لیے کل رقم

روپے 6,40,000 =

2.5% = زکوٰۃ کی شرح

6,40,000 × 2.5% = 6,40,000 روپے پر زکوٰۃ

$$= 6,40,000 \times \frac{25}{100} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{6,40,000 \times 25}{1000}$$

$$= 640 \times 25$$

$$= 16,000 \text{ روپے}$$

2.2۔ عشر USHR

قدرتی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زرعی پیداوار پر 10 فی صد کی شرح ادائیگی کو عشر کہتے ہیں۔ تاہم مصنوعی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زرعی پیداوار پر عشر کی ادائیگی کی شرح 5 فی صد ہے۔ مصنوعی ذرائع سے مراد نہروں اور ٹیوب ویل وغیرہ سے کاشت ہے۔

مثال 1:- اگر قدرتی ذرائع سے گندم کی فصل کی پیداوار 40000 کلو گرام ہو تو عشر کی رقم معلوم کیجئے، جبکہ گندم کی قیمت 950 روپے فی 40 کلو گرام ہے۔

کلو گرام 40.000 = گندم کا وزن

روپے 950 = 40 کلو گرام گندم کی قیمت

$\frac{950}{40}$ = ایک کلو گرام گندم کی قیمت

روپے 40000 $\times \frac{950}{40}$ = 40.000 کلو گرام گندم کی قیمت

روپے 9,50,000

$9,50,000 \times 10\%$ = عشر کی رقم

$9,50,000 \times \frac{10}{100}$

روپے 95,000

مثال 2:- مصنوعی ذرائع کی مدد سے پیدا کی گئی 3000 کلو گرام چاول کی فصل پر عشر کی رقم نکالے جبکہ 40 کلو گرام چاول

کی قیمت 2000 روپے ہے۔

کلو گرام 3000 = چاول کی فصل کا وزن

روپے 2000 = 40 کلو گرام چاول کی قیمت

$\frac{2000}{40}$ = 1 کلو گرام چاول کی قیمت

روپے 50 =

3000×50 = 3000 کلو گرام چاول کی قیمت

روپے 1,50,000 =

$1,50,000 \times 5\%$ = عشر کی رقم

$$= 1,50,000 \times \frac{5}{100}$$

$$= 1500 \times 5$$

$$= 7500 \text{ روپے}$$

2.3 وراثت (ترکہ) INHERITANCE

جب ایک شخص وفات پا جاتا ہے تو اس کے چھوڑے ہوئے اثاثہ کو ورثہ یا ترکہ کہتے ہیں اور اس کو اس کے قانونی وارثوں میں تقسیم کر دیا جاتا ہے۔ وراثت کی تقسیم کے قوانین کو اسلام میں بڑے واضح طریقے سے بیان کیا جاتا ہے۔ وارثوں میں تقسیم کرنے سے پہلے درج ذیل رقم کی ادائیگی کرنی ہوتی ہے

- 1- کفن، دفن کے اخراجات کی ادائیگی
- 2- مرحوم یا مرحومہ کے ذمہ قرض کی ادائیگی
- 3- مرحوم یا مرحومہ کی وصیت پر عمل کرنا

2.3.1 جائیداد میں قانونی وارثوں کے حصوں کی نسبت

Ratio of shares among Legal Inheritors of a property

یہاں ہم مرحوم یا مرحومہ کے رشتہ داروں میں سے ہر ایک کا رشتہ میں حصہ کا ذکر کریں گے۔ اسلام میں کل 12 رشتے ہیں جو کہ قانونی وارث ہوتے ہیں۔ ہم ان میں سے دس کا ذکر کرتے ہیں۔

1. اگر خاوند وفات پا جائے تو بیوی (بیوہ) کا حصہ اولاد یا والد سے رشتہ میں کسی اور اولاد کی عدم موجودگی میں $\left(\frac{1}{4}\right)$ ہوگا۔

2. اولاد یا والد سے رشتہ میں کسی اور اولاد کی موجودگی میں بیوی (بیوہ) کا حصہ $\left(\frac{1}{8}\right)$ ہوگا۔

3. دو یا دو سے زیادہ بیویاں اس حصہ کو برابر بہ برابر حاصل کریں گی۔

4. ایک بیٹے کو دو بیٹیوں کے برابر حصہ ملے گا۔ یعنی بھائی کو بیٹی کے حصہ کا دو گنا ملے گا۔

5. پوتے کو پوتی سے دو گنا حصہ ملے گا۔

6. اگر دو یا دو سے زیادہ بیٹیاں ہی ہیں تو انہیں وارثت کا $(\frac{2}{3})$ حصہ ملے گا۔
 7. اگر بیٹی ایک ہی ہے یا باپ میں رشتہ میں کوئی اور ایک پوتی ہے تو مختص حصہ $(\frac{1}{2})$ ہے۔
 8. دو یا دو سے زیادہ بیٹیاں ہوں تو پوتی/نوای کا حصہ نہیں ہوگا۔
 9. اگر ایک بیٹی ہو اور باپ سے رشتہ میں ایک پوتی/نوای ہو تو بیٹی کا حصہ $(\frac{1}{2})$ اور باپ سے رشتہ میں پوتی/نوای کا بقیہ کا $(\frac{1}{6})$ ہوگا جو کہ میزان کو $(\frac{2}{3})$ بناتا ہے۔
 10. اگر بیوی وفات پا جائے تو خاندان کو ورثہ کا $(\frac{1}{2})$ حصہ ملے گا۔
- یاد رکھیں۔

جب ایک مسلمان وفات پا جاتا ہے تو اس کے ورثہ کو شریعت کے مطابق تقسیم کرنا چار ذمہ داریوں میں سے ایک ہے۔

2.3.2 ہر ایک قانونی وارث کا جائیداد میں حصہ معلوم کرنا

Calculate Amount of Share of Each Legal Inheritor of a Property

آئیے ہر ایک وارث کے حصہ کو درج ذیل مثالوں کی مدد سے معلوم کیجئے۔

مثال 1:- ایک آدمی نے روپے 24,00,000 روپے مالیت کی جائیداد چھوڑی۔ اس میں سے اس کی بیوی، ایک بیٹے اور ایک بیٹی کا حصہ معلوم کیجئے۔

حل:- روپے 24,00,000 = جائیداد کی مالیت

$$= \frac{1}{8} = \text{بیوی کا حصہ}$$

$$= \frac{1}{8} \times 24,00,000 = \text{بیوی کی مالیت}$$

$$= 3,00,000 \text{ روپے}$$

$$24,00,000 - 3,00,000 = \text{باقی رقم}$$

$$= 21,00,000 \text{ روپے}$$

$$2:1 = \text{بیٹے اور بیٹی کے حصوں میں نسبت}$$

$$2+1 = \text{نسبتی مجموعہ}$$

$$= 3$$

$$21,00,000 \times \frac{1}{3} = \text{بیٹی کے حصے کی مالیت}$$

$$= 7,00,000 \text{ روپے}$$

$$2 \times 7,00,000 = \text{بیٹے کے حصے کی مالیت}$$

$$= 14,00,000 \text{ روپے}$$

مثال 2:- ایک شخص نے ایک جائیداد 30,00,000 روپے کی مالیت کی چھوڑی۔ اگر اس کے ہاں کوئی بچہ نہ ہو تو اس کی بیوی کے حصہ کی مالیت معلوم کیجیے۔

$$\text{روپے } 30,00,000 = \text{جائیداد کی مالیت}$$

حل:-

$$\frac{1}{4} = \text{بیوی کا حصہ}$$

$$\text{روپے } 30,00,000 \times \frac{1}{4} = \text{بیوی کے حصہ کی مالیت}$$

$$= 7,50,000 \text{ روپے}$$

مثال 3:- ایک شخص جو جائیداد چھوڑ کر وفات پا گیا اس کی جائیداد کی مالیت 3,30,000 روپے ہے۔ اگر اس نے اپنے بچے تین بیٹیاں چھوڑیں ہوں تو ہر ایک بیٹی کا حصہ معلوم کیجیے۔

$$\text{روپے } 3,30,000 = \text{چھوڑی گئی جائیداد کی مالیت}$$

حل:-

$$\frac{2}{3} = \text{تینوں بیٹیوں کا حصہ}$$

$$3,30,000 \times \frac{2}{3} = \text{تینوں بیٹیوں کے حصے کی مالیت}$$

$$= 110000 \times 2$$

$$= 2,20,000 \text{ روپے}$$

$$= 2,20,000 \times \frac{1}{3}$$

$$= 7,33,33.33 \text{ روپے}$$

مثلاً اگر ایک شخص نے اپنے پیچھے ایک بیوہ، ایک بیٹا اور دو بیٹیاں چھوڑی ہوں تو ان میں سے ہر ایک کے حصہ کی جائیداد میں مالیت معلوم کیجیے۔ جبکہ چھوڑی گئی جائیداد کی مالیت 48,00,000 روپے ہے۔

$$\text{روپے } 48,00,000 = \text{جائیداد کی مالیت}$$

$$\text{بیوہ کا حصہ} = \frac{1}{8}$$

$$= 48,00,000 \times \frac{1}{8}$$

$$= 6,00,000 \text{ روپے}$$

$$= 48,00,000 - 6,00,000$$

$$= 42,00,000 \text{ روپے}$$

$$= 2:1:1 \text{ بیٹوں کے حصوں میں نسبت}$$

$$= 2 + 1 + 1$$

$$= 4$$

$$= \frac{2}{4} \times 42,00,000$$

$$= 2 \times 10,50,000 \text{ روپے}$$

$$= 21,00,000 \text{ روپے}$$

$$= \frac{1}{4} \times 42,00,000$$

$$= 10,50,000 \text{ روپے}$$

مثلاً 2.1

1. اگر سونے کی مالیت 11,10,000 روپے ہو تو اس پر زکوٰۃ معلوم کیجیے۔

2. اگر چاندی کی مالیت 30,00,000 روپے ہو تو اس پر زکوٰۃ معلوم کیجیے۔

3. 10 تولہ سونا اور 40 تولہ چاندی پر زکوٰۃ کی رقم معلوم کیجیے جبکہ سونے کی قیمت 40,000 روپے فی تولہ اور چاندی کی قیمت 5000 روپے فی تولہ ہو۔

4. سونے کی مالیت 80,00,000 روپے نقد رقم 4,00,000 روپے اور چاندی تولہ (5000 روپے تولہ) پر زکوٰۃ معلوم کیجیے۔

5. قدرتی ذرائع سے پیدا شدہ چاول کی فصل مالیتی 6,00,000 روپے پر عثر معلوم کیجیے۔

6. مصنوعی ذرائع سے پیدا شدہ گندم کی فصل مالیتی 3,50,000 روپے پر عثر معلوم کیجیے۔

7. اگر ایک شخص نے 7,50,000 روپے مالیت کی جائیداد چھوڑی ہو تو اس کی ایک بیوہ، 2 بیٹوں اور ایک بیٹی میں ہر ایک کی جائیداد کی مالیت معلوم کیجیے۔

8. اگر ایک شخص نے اپنے پیچھے ایک بیوہ اور چار بیٹیاں چھوڑیں ہوں تو اس کی 4,00,000 روپے کی مالیتی وارثت میں ہر ایک کے حصہ کی مالیت معلوم کیجیے۔

9. اگر ایک شخص نے اپنے پیچھے ایک بیوہ اور 15,00,000 روپے کی مالیت کی جائیداد چھوڑی ہو تو اس کی بیوہ کے حصے کی مالیت معلوم کیجیے۔

10. اگر ایک شخص نے اپنے پیچھے ایک بیوہ اور دو بیٹے چھوڑے ہوں تو اس کی وارثت مالیتی 20,00,000 روپے میں سے ہر ایک کے حصہ کی مالیت معلوم کیجیے۔

11. اصغر نے ایک جائیداد 4,80,000 روپے کی چھوڑی۔ اس نے اپنے پیچھے ایک بیوہ، تین بیٹے اور چار بیٹیاں چھوڑیں جائیداد میں سے ہر ایک کے حصے کی مالیت معلوم کیجیے۔

12. نجیب نے 4,00,000 روپے اپنے ورثہ میں چھوڑے۔ اس نے اپنے پیچھے ایک بیوہ چھوڑی جبکہ ان کے ہاں کوئی بچہ نہ تھا۔ نجیب کی بیوہ کا حصہ معلوم کیجیے۔

جائزہ مشق 2

1. صحیح جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) زکوٰۃ کی سنوتی کس شرح سے ہوتی ہے

(a) 2.5% (b) 3.5% (c) 4.5% (d) 5.5%

(ii) قدرتی ذرائع سے کاشت کی گئی فصل پر عثر کی سنوتی کی شرح کیا ہے؟

(a) 2.5% (b) 5% (c) 10% (d) 20%

مصنوعی ذرائع سے کاشت کی گئی فصل پر عشر کی کنٹونی کیا ہے۔

- (a) 5% (b) 10% (c) 2.5% (d) 25%

(iv) 1,00,000 روپے پر زرگاہ کی کنٹونی کیا ہے۔

- روپے 15000 (d) روپے 2000 (c) روپے 25000 (b) روپے 2500 (a)

(v) قدرتی ذرائع سے پیدا کی گئی گندم کی فصل سالانہ 1,50,000 روپے پر عشر کی کنٹونی کیا ہے؟

- روپے 20000 (d) روپے 15000 (c) روپے 5000 (b) روپے 10,000 (a)

(vi) یتیمہ کا وراثتی جائیداد میں حصہ (اولاد کی موجودگی میں) کتنا ہے؟

- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{2}$

(vii) یتیمہ کا وراثت میں اولاد یا باپ کی طرف سے کسی اور اولاد کی غیر موجودگی میں کیا حصہ ہوگا؟

- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{6}$

(viii) صرف ایک پوتی/پوتی یا باپ کی طرف سے کسی اور ایک پوتی/پوتی کی موجودگی میں ان کا حصہ کیا ہوگا؟

- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{8}$

(ix) دو یا دو سے زیادہ پوتیاں/پوتیاں یا باپ کی طرف سے کسی اور ایک پوتی/پوتی کی موجودگی میں ان کا حصہ

کیا ہوگا؟

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{8}$

(x) ایک بیٹی اور پوتی کی موجودگی میں باپ کی جائیداد میں سے ان کا حصہ کیا ہوگا؟

- (a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2}, \frac{1}{8}$

2. خالی جگہ پر کیجیے۔

- (i) زکوٰۃ کی کسوتی کی شرح _____
 - (ii) قدرتی ذرائع سے حاصل کی گئی فصل پر عشر کی شرح _____
 - (iii) مصنوعی ذرائع سے حاصل کی گئی فصل پر عشر کی شرح _____
 - (iv) 2,00,000 روپے کی مالیت پر زکوٰۃ کی کسوتی _____
 - (v) 1,00,000 روپے پر 10% کے حساب سے عشر کی مالیت _____
 - (vi) ایک وراثتی جائیداد میں بیوہ کا حصہ (اولاد کی موجودگی میں) _____
 - (vii) اگر وراثتی جائیداد میں اولاد کی عدم موجودگی میں بیوہ کا حصہ _____
 - (viii) اگر صرف ایک بیٹی ہو تو وراثت میں حصہ _____
 - (ix) وراثت میں بیٹے اور بیٹی کے حصوں میں نسبت _____
 - (x) دو یا دو سے زیادہ بیٹیوں کی موجودگی میں ان کا وراثت میں حصہ _____
3. 15,00,000 روپے مالیت کے سونے پر زکوٰۃ کی کسوتی معلوم کیجیے۔
4. اگر مصنوعی ذرائع سے حاصل کی گئی چاول کی فصل مالیت 4,90,000 روپے ہو تو عشر معلوم کیجیے۔
5. ایک شخص نے اپنے بچے 45,00,000 روپے کی مالیت کی جائیداد چھوڑی۔ اس کی ایک بیوہ اور دو بیٹیاں
میں سے ہر ایک کا جائیداد میں حصہ معلوم کیجیے۔
6. اگر مرنے والے نے 48,00,000 روپے مالیت کی جائیداد چھوڑی۔ اس نے اپنے بچے ایک بیوہ، تین بیٹے اور چار بیٹیاں چھوڑی جائیداد میں ہر ایک کے حصے کی مالیت معلوم کیجیے۔

خلاصہ

زکوٰۃ اسلام کے پانچ بنیادی ارکان میں سے ایک ہے۔ زکوٰۃ دورِ قلم ہے جو کہ صاحبِ نصاب مسلمان دی گئی شرح سے ہر غربا اور ضرورت مندوں میں بذاتِ خود یا اسلامی ریاست کے ذریعے سال میں ایک بار ادا کرتے ہیں۔

ایک مسلمان جو ایک سال تک اپنی مالکیت میں 7.5 تولہ (گرم 86.1562) سونا یا 52.5 تولہ (گرم 603) چاندی یا اس کے برابر روپیہ، پیسہ رکھتا رہے ہو صاحبِ نصاب مسلمان کہلاتا ہے۔ اسے چاہئے کہ قرآن اور حدیث میں دی گئی شرح کے حساب سے زکوٰۃ ادا کرے۔ زکوٰۃ دو قسم کی دولت پر ادا جاتی ہے

(i) ظاہری دولت (ii) غیر ظاہری دولت

ظاہری دولت میں زرعی سامان، اونٹ، بھیڑیں، بکریاں، معدنیات اور کاروباری سامان وغیرہ شامل ہیں۔

غیر ظاہری دولت میں سونا، چاندی، روپیہ اور لاشہ جات شامل ہیں۔

زکوٰۃ صاحبِ نصاب مسلمان ظاہری اور غیر ظاہری دولت پر ادا کرتا کرتی ہے زکوٰۃ کی شرح 2.5 فی صد یا سامان یا روپیہ کا چالیسواں $\left[\frac{1}{40}\right]$ حصہ ہے۔

قدرتی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زرعی پیداوار پر 10 فی صد کی شرح ادا ملگی کو عشر کہتے ہیں۔

تاہم مصنوعی ذرائع سے زمین سے کاشت کی گئی زرعی پیداوار پر عشر کی شرح 5 فی صد ہے

جب ایک شخص وفات پا جاتا ہے تو اس کے چھوڑے ہوئے لاشہ کو ورثہ یا ترکہ کہتے ہیں۔

صارفین کی ریاضی

CONSUMER MATHEMATICS

❖ ٹیکسز

❖ پوٹیلٹی بلز

❖ ذاتی آمدنی

ٹیکس TAXES

لیم، صحت، قومی دفاع وغیرہ پر قومی اخراجات پورے کرنے کے لیے گورنمنٹ مختلف اقسام کے ٹیکس اپنی عوام پر لگاتی ہے جو کہ براہ راست ٹیکس یا بالواسطہ ٹیکس پر مشتمل ہوتے ہیں۔

5.1.1 ٹیکس Tax

آمدنی یا پلے کے قاسب سے حاصل کی گئی رقم یا سامان کی قیمت خرید میں شامل اضافی رقم یا خدمات پر وہ رقم جو کہ ریاست کو لودا کی جاتی ہے ٹیکس کہلاتی ہے۔

براہ راست ٹیکس Direct Tax

یہ ٹیکس ہے جو کہ آمدنی، جائیداد اور منافع پر انکم ٹیکس یا جائیداد ٹیکس کی شکل میں براہ راست حکومت اطراو سے وصول کرتی ہے۔

بالواسطہ ٹیکس Indirect Tax

اس ٹیکس میں ڈیوٹیز، مشینری پر ٹیکس، سامان اور خدمات پر ٹیکس شامل ہیں۔ اس میں جنرل سیلز ٹیکس اور ویلیو ایڈڈ ٹیکس بھی شامل ہیں۔

بنیادی اصطلاحات

5.1.2 بنیادی اصطلاحات Key Terms

سیلز ٹیکس Sales Tax

جب ہم کوئی چیز خریدتے ہیں تو ہمیں ٹیکس کی ایک خاص رقم جو کسی چیز کی قیمت خرید میں بطور ٹیکس اضافی ٹیکس کی صورت میں شامل ہوتی ہے ادا کرتے ہیں اسے سیلز ٹیکس کہتے ہیں۔ یہ ٹیکس قیمت فروخت پر مقررہ شرح فی صد سے ادا کیا جاتا ہے۔ پاکستان میں سامان کی خریداری پر یا خدمات کے عوض 16% سیلز ٹیکس لیا جاتا ہے۔

مثال 1 :- ٹیلی وژن پر 16% سیلز ٹیکس لگایا جاتا ہے۔ اگر ٹیلی وژن پر درج قیمت 18000 روپے ہو تو ٹیلی وژن خریدنے والے کو کل کتنی قیمت ادا کرنی پڑے گی۔

حل :- روپے 18000 = ٹیلی وژن پر درج قیمت

روپے 2880 = $\frac{16}{100} \times 18000$ جتنا سیلز ٹیکس ادا کرنا ہوگا

روپے 20880 = 18000 + 2880 = ٹیلی وژن خریدنے کے لیے کل رقم جو ادا کرنی ہوگی

مثال 2 :- ایک کمپیوٹر کی قیمت 34800 روپے ہے جس میں 16% سٹیکس شامل ہے۔ کمپیوٹر کی اصل قیمت کیا ہے؟
حل: روپے 34,800 = کمپیوٹر کی قیمت بعد ٹیکس

روپے 100 = فرض کیا کمپیوٹر کی اصل قیمت

روپے 116 = 16% سٹیکس کے ساتھ کمپیوٹر کی قیمت

$$\text{روپے} = \frac{34800}{116} \times 100 = 30,000$$

اس کمپیوٹر کی اصل قیمت = 30,000 روپے

ایکسائز ڈیوٹی Excise Duty

ایکسائز ڈیوٹی (Excise Duty) ٹیکس کی وہ شکل ہے جسے خریدار تیار شدہ چیز پر بوقت خرید ادا کرتا ہے۔
مثال کے طور پر گاڑی، الیکٹرونکس کی اشیاء اور کپڑا وغیرہ خریدتے وقت ہمیں قیمت خرید کے ساتھ یہ ٹیکس بھی ادا کرنا ہوتا ہے۔

مثال 1 :- ایک گاڑی ایک 1000 سی سی کار خریدنا چاہتا ہے۔ اسے کار کی قیمت پر 150% ایکسائز ڈیوٹی ادا کرنی ہوگی۔ اگر کار کی قیمت 5,00,000 روپے ہو تو اسے کل کتنی رقم ادا کرنا ہوگی؟
حل: روپے 5,00,000 = کار کی قیمت

150% = ایکسائز کی شرح

$$5,00,000 = \frac{150}{100} \times 5,00,000$$

$$= 150 \times 5000 = 7,50,000 \text{ روپے}$$

$$\text{روپے} = 12,50,000 = 7,50,000 + 5,00,000$$

آدنی کو جو کل رقم ادا کرنی ہوگی

مثال 2 :- ایک ٹیلی ویژن کی قیمت 14040 روپے ہے۔ جس میں 20% ایکسائز ڈیوٹی بھی شامل ہے۔ ٹیلی ویژن پر لگائی گئی ایکسائز ڈیوٹی معلوم کیجیے۔ مزید یہ کہ ٹیلی ویژن کی قیمت بغیر ایکسائز ڈیوٹی معلوم کیجیے۔

حل: روپے 14040 = ٹیلی ویژن کی قیمت بعد ایکسائز ڈیوٹی

20% = ایکسائز ڈیوٹی

100 = فرض یا ٹیلی وڈن کی اصل قیمت

روپے 120 = 20% ایکسائرڈیوٹی کے ساتھ ٹیلی وڈن کی قیمت

$$14040 \times \frac{100}{120} = \text{ٹیلی وڈن کی اصل قیمت}$$

$$14040 \times \frac{5}{6}$$

$$= 2340 \times 5 = 11700 \text{ روپے}$$

پس ٹیلی وڈن کی قیمت ایکسائرڈیوٹی کے علاوہ 11700 روپے ہوگی۔

پراپرٹی ٹیکس Property Tax

پراپرٹی ٹیکس زمین، گھر، فلیٹ یا عمارت کے مالکان سے 16% کی شرح سے پراپرٹی کی سالانہ آمدنی پر لیا جاتا ہے۔

مثلاً :- ایک فلیٹ کی سالانہ قیمت 14,00,000 روپے۔ 16% سالانہ کی شرح سے قابل ادائیگی پراپرٹی ٹیکس معلوم کیجیے۔

روپے 14,00,000 = فلیٹ کی سالانہ آمدنی

16% = ٹیکس کی شرح

$$14,00,000 \times \frac{16}{100} = \text{قابل ادائیگی ٹیکس}$$

$$= 14,000 \times 16$$

$$= 2,24,000 \text{ روپے}$$

پس کل قابل ادائیگی پراپرٹی ٹیکس 2,24,000 روپے ہے۔

انکم ٹیکس Income Tax

یکم جولائی سے 30 جون تک کے مالی سال کے دوران تمام قسم کی آمدنی پر ٹیکس کو انکم ٹیکس (Income Tax) کہتے ہیں۔ اگر

آمدنی کا گوشوارہ (Income Return) 30 جون 2010 تک دائر کیا جائے۔ تو مالی سال 2009-2010 سمجھا جائے گا

اور ٹیکس کا سال 2009 کہلائے گا۔ ہر مالی سال کے اختتام پر اس شخص کو جس کی آمدنی ٹیکس کے قابل ہو کو گوشوارہ داخل کرنا

ہوتا ہے جو سالانہ حاصل کی گئی آمدنی کو ظاہر کرتا ہے۔ گورنمنٹ ایکٹ خاص رقم کو ٹیکس سے مستثنیٰ (Exemption) قرار دیتی

ہے اور بقیہ رقم پر ٹیکس لگا کر دیا جاتا ہے۔

معمولہ دار لوگوں کی قابل ٹیکس آمدنی (Taxable Income) پر ٹیکس لگانے کے لیے بنیادی معمولہ (Basic Pay) میں تمام

الائونسز (Allowances) شامل کئے جاتے ہیں۔

مثال 1 :- ایک شخص کی سالانہ آمدنی بشمول الائیو نسر 3,60,000 روپے ہے۔ جبکہ چھوٹ کی رقم 1,80,000 روپے ہے۔ اس شخص کو 0.75% کے حساب سے کتنا ٹیکس ادا کرنا ہوگا
حل :

$$\begin{aligned}
 &\text{روپے } 3,60,000 = \text{شخص کی کل سالانہ آمدنی} \\
 &\text{روپے } 1,80,000 = \text{چھوٹ کی رقم} \\
 &3,60,000 - 1,80,000 = \text{قابل ٹیکس آمدن} \\
 &1,80,000 = \text{روپے} \\
 &0.75\% = \text{ٹیکس کی شرح} \\
 &1,80,000 \times 0.75\% = \text{قابل ادا ٹیکس کی رقم} \\
 &1,80,000 \times \frac{0.75}{100} = \\
 &= 1,80,000 \times \frac{75}{100 \times 100} = 18 \times 75 \\
 &= \text{روپے } 1350
 \end{aligned}$$

مثال 2: ایک شخص کی کل سالانہ آمدنی 6,28,500 روپے ہے اور چھوٹ کی رقم 1,80,000 روپے ہے۔ بقیہ آمدنی 3.50% کی شرح سے کل قابل ادا ٹیکس معلوم کیجیے۔ اور جبکہ 15000 روپے انکم ٹیکس آمدنی میں سے پہلے ہی کاٹ لیا گیا ہو۔
حل :

$$\begin{aligned}
 &\text{روپے } 6,28,500 = \text{کل سالانہ آمدن} \\
 &\text{روپے } 1,80,000 = \text{چھوٹ کی رقم} \\
 &6,28,500 - 1,80,000 = \text{ٹیکس سے قابل آمدنی} \\
 &= \text{روپے } 4,48,500 \\
 &3.50\% = \text{ٹیکس کی شرح} \\
 &4,48,500 \times 3.50\% = \text{کل قابل ادا ٹیکس} \\
 &= 4,48,500 \times \frac{35}{100 \times 100} = \frac{4485 \times 7}{2} \\
 &= \frac{31395}{2} = \text{روپے } 15697.50 \\
 &\text{روپے } 15,000 = \text{پہلے سے منہا شدہ ٹیکس} \\
 &15697.50 - 15,000 = \text{قابل ادا ٹیکس} \\
 &= \text{روپے } 697.50
 \end{aligned}$$

مشق 5.1

— ایک بائیسکل کی قیمت 3500 روپے ہے اگر سائیکلس کی شرح 16% ہو تو ایسے 50 بائیسکلوں کی قیمت سائیکلس معلوم کیجیے۔

— اگر ایک انٹرکٹیشنز کی قیمت 40,000 روپے ہو تو اس پر 16% کی شرح سے سائیکلس معلوم کیجیے۔
مزید انٹرکٹیشنز کی قیمت بمطابق سائیکلس بھی معلوم کیجیے۔

— 1300 سی کی اور 1600 سی کی دو کاروں کی بغیر ایکسٹریڈیوٹی کی قیمت بالترتیب 6,00,000 روپے اور 8,00,000 روپے ہے۔ اگر ان دونوں کاروں پر ایکسٹریڈیوٹی بالترتیب 200% اور 250% ہو تو دونوں کاروں کی قیمت بشمول ایکسٹریڈیوٹی معلوم کیجیے۔

— ایک گھر اور ایک زمین سے سالانہ آمدنی بالترتیب 15,00,000 روپے اور 20,00,000 روپے ہے۔ ان دونوں میں سے ہر ایک پر 16% شرح سے پراپرٹی ٹیکس معلوم کیجیے۔

— دو آدمیوں کی کل قابل ٹیکس آمدنی بالترتیب 2,50,000 روپے اور 3,10,000 روپے ہے۔ دونوں کی آمدنی

4.5% کی شرح سے قابل ادائیگم ٹیکس معلوم کیجیے۔

— ایک شخص کی کل سالانہ آمدن 4,30,000 روپے ہے۔ اگر اسے قابل ادائیگم ٹیکس پر 3000 روپے چھوٹ دی جاتی ہو تو

اسے 4.5% کی شرح سے کتنا گم ٹیکس ادا کرنا ہوگا۔

7. اگر ایک شخص کی کل سالانہ آمدنی 6,25,000 روپے ہے۔ جبکہ چھوٹ 1,50,000 روپے ہو تو بقیہ آمدنی

اسے 4.5% کی شرح سے قابل ٹیکس معلوم کیجیے۔

8. ایک شخص کی کل آمدنی 5,25,000 روپے ہے۔ جبکہ چھوٹ کی رقم 1,50,000 روپے ہے۔ اس کی بقیہ آمدنی پر 4.5% کی شرح سے قابل ادائیگم ٹیکس معلوم کیجیے جبکہ 10,000 روپے کی رقم ادائیگم ٹیکس کی مد میں کٹائی منہا کر لی گئی ہے۔

5.2 یوٹیلیٹی بلز UTILITY BILLS

اس حصہ میں ہم یوٹیلیٹی بلز پر غور کریں گے جو کہ بجلی، گیس اور ٹیلی فون سے متعلق ہوں گے۔

بجلی کا بل Electricity Bill

گھر پر بجلی کا بل ہر گھر کے لیے ایک خاص رقم پر مشتمل ہوتا ہے۔ یہ رقم استعمال کیے گئے یوٹس کی مختلف قیمتوں پر مشتمل ہوتی ہے۔

درج ذیل شرح یوٹس کی قیمتیں دی گئی ہیں۔

پہلے 100 یوٹس کی قیمت بحساب 2.65 روپے فی یونٹ

اگلے 200 یوٹس کے قیمت بحساب 3.64 روپے فی یونٹ

اگلے 700 یوٹس کے قیمت بحساب 6.15 روپے فی یونٹ

باقی استعمال کیے گئے یوٹس کی قیمت بحساب 7.41 روپے فی یونٹ

استعمال ہونے والے یوٹس ایک میٹر پر ریکارڈ ہوتے رہتے ہیں۔ میٹر کے شروع اور آخر میں لی گئی ریڈنگز کا فرق میٹر میں استعمال کی گئی

بجلی کے یوٹس کو ظاہر کرتا ہے۔ ہر میٹر کے بجلی کے بل میں ایکسٹرا ڈیوٹی، ٹیلی ویژن فیس اور اکم ٹیکس بھی شامل کیا جاتا ہے۔

مثال:- احسن ایک ماہ میں 1050 یوٹس بجلی استعمال کرتا ہے اس میٹر میں بجلی کا کتنا بل ادا کرنا ہوتا ہے۔

حل:- 1050 = استعمال کیے گئے یوٹس کی تعداد

روپے

روپے 265 = 100×2.65 = پہلے 100 یوٹس کی قیمت 2.65 روپے فی یونٹ کے حساب سے

روپے 728 = 200×3.64 = اگلے 200 یوٹس کی قیمت 3.64 روپے فی یونٹ کے حساب سے

روپے 4350 = 700×6.15 = اگلے 400 یوٹس کی قیمت 6.15 روپے فی یونٹ کے حساب سے

روپے 370.50 = 50×7.41 = بقیہ 50 یوٹس کی قیمت 7.41 روپے فی یونٹ کے حساب سے

(i) ... روپے 5668.50 = 1050 یوٹس کی کل قیمت

(ii) ... روپے 85.03 = 1.5% کے حساب سے ایکسٹرا ڈیوٹی

(iii) ... روپے 62.52 = بجلی کی ڈیوٹی

(iv) ... روپے 25.00 = ٹیلی ویژن کی فیس

(v) ... روپے 91.00 = اکم ٹیکس

روپے 5907.05 = (i) + (ii) + (iii) + (iv) + (v) کل رقم

یا روپے 5907 =

5907.05

بہت سے گھروں میں کھانا پکانے اور حرارت (Heat) حاصل کرنے کے لیے گیس استعمال ہوتی ہے۔ استعمال کی

مٹی گیس کی مقدار

کو حجم (Volume) میں ماپا جاتا ہے اور اسے ایک میٹر کے ذریعے یونٹس (Units) میں ریکارڈ کیا جاتا ہے۔ ہر

یونٹ میں 100 مکعب فٹ

(Cubic Feet) گیس ہوتی ہے۔

01-07-2009 سے گھریلو صارفین کے لیے گیس سلیب کی شرح درج ذیل ہے۔

سلیب	گیس کا استعمال Hm^3 میں	روپے فی MMBTU
1	0.50	80.65
2	0.50 تا 1	84.45
3	1 تا 2	153.73
4	2 تا 3	325.48
5	3 تا 4	423.42
6	4 تا 5	550.44
7	5 اور اس سے بالاتر	730.17

مثال :- گیس میٹر ریڈنگ سے ظاہر ہوتا ہے کہ $4.872 Hm^3$ گیس ایک ماہ میں استعمال ہوئی۔ قابل ادا

رقم بشمول

جی ایس ٹی کی 16% شرح سے معلوم کیجیے۔

(i) روپے... 423.42 = گیس اخراجات $4 Hm^3$ کے لیے

(ii) روپے... 84.45 = گیس اخراجات $0.872 Hm^3$ کے لیے

(iii) روپے 120.00 = کرایہ میٹر

روپے 627.87 = (i) + (ii) + (iii) = کل رقم

روپے 100.46 = $16\% \times 627.87 = \frac{16}{100} \times 627.87$ = 16% کی شرح سے جی ایس ٹی

= 627.87 + 100.46 = موجودہ بل

روپے 728.33 =

روپے 729 =

ٹیلی فون کے بل (Telephone Bills)

ٹیلی فون کال کا خرچ تین چیزوں پر انحصار کرتا ہے۔

(i) کال کرنے والے اور کال سننے والے کے درمیان فاصلہ۔

(ii) دن کے اوقات یا ہفتہ کا وہ دن جس دن کال کی جاتی ہے۔

(iii) کال کا دورانیہ

ان تین اجزاء کو مختلف انداز سے اکٹھا کر کے میٹر کے لیے ٹائم یونٹ بتایا جاتا ہے ہر یونٹ کی قیمت مقررہ شرح سے لی جاتی ہے ایک صارف کا قوانین کے تحت ٹیلی فون کا بل درج ذیل ہے۔

روپے 1233 = پی ٹی سی ایل اخراجات (i)

بیلنگ کے لیے
بیلنگ کے لیے

روپے 259 = ایف۔ای۔ڈی (ii)

بیلنگ کے لیے
بیلنگ کے لیے

روپے 49 = ڈیلیو۔ایچ۔فیکس (iii)

بیلنگ کے لیے
بیلنگ کے لیے

روپے 1540 = مقررہ تاریخ تک ادائیگی

روپے 80 = سرچارج

روپے 1620.00 = مقررہ تاریخ کے بعد ادائیگی

موپائل فون کا بل درج ذیل طریقے سے بتایا جاتا ہے۔

روپے 570.00 = 190 منٹ کال کے اخراجات

بیلنگ کے لیے
بیلنگ کے لیے

روپے 100.00 = ایس ایم ایس کے اخراجات

بیلنگ کے لیے
بیلنگ کے لیے

روپے 105.00 = سی ای ڈی کے اخراجات

بیلنگ کے لیے
بیلنگ کے لیے

روپے 775.00 = کل قابل ادائیگی

مشق نمبر 2

1. درج ذیل میں استعمال کی گئی کی میٹر ریڈنگ دی گئی ہے گیس کابل دی گئی غلیب کے مطابق مکمل کیجیے۔ نیز اس میں کرایہ میٹر اور جی ایس ٹی بھی شامل کیجیے۔

(i)	3.0756 Hm^3	(ii)	4.285 Hm^3	(iii)	2.796 Hm^3
(iv)	1.378 Hm^3	(v)	5.235 Hm^3	(vi)	4.665 Hm^3

2. بجلی کے استعمال کی بناء پر ذیل میں استعمال کیے گئے پوئٹس درج ہیں۔ حل شدہ مثال کی مدد سے بجلی کے بل مکمل کیجیے۔

(i)	پوئٹس 315	(ii)	پوئٹس 210
(iii)	پوئٹس 375	(iv)	پوئٹس 290

3. درج ذیل میں کی گئی ٹیلی فون کی کالز کی تعداد دی گئی ہے۔ کال کی شرح 5 روپے فی کال، سی۔ای۔ڈی 15% کی شرح اور ڈبلیو۔ایچ۔ ٹیکس 4% کی شرح سے شامل کر کے ٹیلی فون بل مکمل کیجیے۔

(i)	530	(ii)	640	(iii)	750
(iv)	270	(v)	480	(vi)	315

5.3 ذاتی آمدن PERSONAL INCOME

کسی شخص کی انفرادی طور پر روزانہ، ہفتہ وار، ماہانہ یا سالانہ کی بنیاد پر حاصل کی جاتی آمدنی کو اس شخص کی ذاتی آمدنی کہتے ہیں۔

5.3.1 ورکر کی ذاتی آمدنی Personal Income of a Worker

کسی شخص کی ذاتی آمدن دیکھنے کے لیے جو کہ روزانہ کی بنیاد پر کام کر رہا ہو ہم درج ذیل مثالیں دیکھتے ہیں۔
مثال 1:- درج ذیل میں ٹیکسری ملازمین کی مجموعی روزانہ اجرت معلوم کیجیے۔ جبکہ ایک گھنٹہ کام کی اجرت

50 روپے ہو

اور ایک دن 8 گھنٹوں پر مشتمل ہو۔

نام	کتنے گھنٹے کام کیا	50 روپے فی گھنٹہ کے حساب سے محلول
1 اسلم	3	روپے $3 \times 50 = 150$
2 انور	5	روپے $5 \times 50 = 250$
3 دانیال	8	روپے $8 \times 50 = 400$
4 عبداللہ	7	روپے $7 \times 50 = 350$
5 علی	4	روپے $4 \times 50 = 200$
6 حمزہ	6	روپے $6 \times 50 = 300$
مجموعی اجرت		روپے $= 1650$

اضافی وقت کے ساتھ روزانہ اجرت Dally wages along with over time

مثال 2:- دانیال ایک ہفتہ میں سو مول سے جمعہ تک 5 دن کام کرتا ہے۔ دو روزانہ صبح 8 بجے کام شروع کرتا ہے اور شام 4 بجے ختم کرتا ہے۔ اسے روزانہ ایک گھنٹہ کا وقت ملا ہے اور وہ دو گھنٹے روزانہ اضافی وقت کام کرتا ہے۔ اگر اسے 60 روپے فی گھنٹہ معمول کی اجرت اور 80 روپے فی گھنٹہ اضافی وقت کے دیئے جائیں تو وہ ایک ماہ میں کتنے گھنٹے کام کرے گا۔ نیز اس کا مجموعی ماہانہ محلول بھی معلوم کیجیے۔

حل:-
گھنٹے = 8
صبح 8 بجے سے شام 4 بجے تک گھنٹوں کی تعداد
چونکہ اسے روزانہ 1 گھنٹہ کا وقت ملا ہے اس لیے وہ روزانہ 7 گھنٹے کام کرتا ہے
 $5 \times 7 =$ ایک ہفتہ میں گھنٹوں کی تعداد

گھنٹے = 35

$$4 \times 35 = \text{ایک مہینہ میں گھنٹوں کی تعداد}$$

$$= 140 \text{ گھنٹے}$$

$$140 \times 60 = \text{ایک ماہ کی ٹھولہ 60 روپے فی گھنٹہ کے حساب سے}$$

$$= 8400 \text{ روپے}$$

ہر گز داہمال روزانہ 2 گھنٹے اضافی کام کرتا ہے اس لیے

$$2 \times 5 = \text{ایک ہفتہ میں جتنے گھنٹے اضافی کام کیا}$$

$$= 10 \text{ گھنٹے}$$

$$4 \times 10 = \text{ایک ماہ میں جتنے گھنٹے اضافی کام کیا}$$

$$= 40 \text{ گھنٹے}$$

$$40 \times 80 = \text{ایک ماہ میں اضافی کام کی ٹھولہ}$$

$$= 3200 \text{ روپے}$$

$$\text{اضافی وقت کی ٹھولہ} + \text{ٹھولہ} = \text{مجموعی ٹھولہ}$$

$$= 8400 + 3200$$

$$= 11600 \text{ روپے} = \text{مجموعی ٹھولہ}$$

مثال 3: ایک سلازمین کو 60 فی گھنٹہ کے علاوہ فروخت کی گئی اشیاء پر 5% کمیشن بھی دیا جاتا ہے۔ اگر وہ دوکان پر صبح 8 بجے سے رات 10 بجے تک کام کرتا ہو اور 20,000 روپے کی مالیت کی اشیاء فروخت کرتا ہو تو اس کی روزانہ کی مجموعی آمدنی کیا ہوگی؟

$$\text{گھنٹے} = 14 = \text{صبح 8 بجے سے رات 10 بجے تک کام کا دورانیہ}$$

$$\text{روپے} = 60 = \text{ٹھولہ فی گھنٹہ}$$

$$14 \times 60 = \text{روزانہ کی ٹھولہ}$$

$$= 840 \text{ روپے}$$

$$5\% = \text{کمیشن کی شرح}$$

$$5\% \text{ of } 20,000 = \frac{5}{100} \times 20000$$

$$= 1000 \text{ روپے}$$

$$\text{کمیشن} + \text{ٹھولہ} = \text{روزانہ کی کل ٹھولہ}$$

$$= 840 + 1000$$

$$= 1840 \text{ روپے}$$

1840

5.3.2 Gross Income of a Salaried Person

ایک محصورہ شخص کی مجموعی آمدنی اس کی بنیادی تنخواہ، کرایہ مکان، کوٹنٹس الاؤنس، مہنگائی الاؤنس، میڈیکل الاؤنس وغیرہ پر مشتمل ہوتی ہے۔

مثال:- اگر کسی شخص کی بنیادی تنخواہ 30,000 روپے مہینہ ہو اور اسے بنیادی تنخواہ کا 15% کرایہ مکان، 10% مہنگائی

الاؤنس، 2000 روپے کوٹنٹس اور 1000 روپے میڈیکل الاؤنس کے طور پر دیے جائیں

تو اس شخص کی

مجموعی سالانہ تنخواہ معلوم کیجیے۔

روپے 30,000 = بنیادی تنخواہ

حل:-

30,000 کا 15% = کرایہ مکان

$$= \frac{15}{100} \times 30000$$

روپے 4500 =

30,000 کا 10% = مہنگائی الاؤنس

$$= \frac{10}{100} \times 30000$$

روپے 3000 =

شخص کی سالانہ تنخواہ کا بنیادی ڈھانچہ درج ذیل ہے۔

i.	بنیادی تنخواہ	= روپے 30,000
ii.	کرایہ مکان	= روپے 4500
iii.	مہنگائی الاؤنس	= روپے 3000
iv.	کوٹنٹس الاؤنس	= روپے 2000
v.	میڈیکل الاؤنس	= روپے 1000

$$(i) + (ii) + (iii) + (iv) + (v) = \text{روپے } 40,500 = \text{مجموعی سالانہ تنخواہ}$$

5:3.3 سکوتی کے بعد آمدنی Income after Deductions

کسی شخص کی حقیقی آمدنی یا وہ آمدنی جو وہ گمرانے کر چاہتا ہے اس سے مراد ہے کہ وہ ٹیکس جو اسے مجموعی طور پر سے ضروری سکوتیوں کے بعد ملتی ہے۔

مثال:- اگر ایک شخص کی مجموعی ٹیکس 25000 روپے ہو اور اسے 360 روپے انکم ٹیکس، 1500 روپے پیوینٹ فنڈ 1000 روپے جی پی فنڈ اور 300 روپے گروپ انشورنس کے ادا کرنا ہوں تو اس شخص کی آمدنی باقی آمدنی معلوم کیجیے۔

روپے 25,000 = مجموعی ٹیکس

حل:-

سکوتی

(i) روپے 360 = انکم ٹیکس

(ii) روپے 1500 = پیوینٹ فنڈ

(iii) روپے 1000 = جی پی فنڈ

(iv) روپے 300 = گروپ انشورنس

{ (i), (ii), (iii), (iv) کا مجموعہ } : روپے 3160 = کل سکوتی

سکوتی - مجموعی ٹیکس = حقیقی آمدنی

= 25000 - 3160

روپے 21,840 = حقیقی آمدنی

مشق 5.3

1. ایک خاتون کارکن ہفتہ میں 6 دن کام کرتی ہے۔ وہ صبح 7 بجے کام شروع کرتی ہے اور 4 بجے ختم کرتی ہے۔ اسے ہفتے میں 15 منٹ کا وقت اور شام 45 منٹ کا وقت ملتا ہے۔ اگر ادائیگی کی شرح 40 روپے فی گھنٹہ ہو تو وہ ایک ہفتہ میں کتنا کام کرتی ہے اور اس کو کتنی ادائیگی ہوتی ہے
2. خالد ہفتہ میں 6 دن کام کرتا ہے اگر اسے 200 روپے یومیہ ادا کیا جائے تو اس کی مجموعی ماہانہ اجرت معلوم کیجیے۔
3. ہفتہ میں 6 دن روزانہ 8 گھنٹہ کی بنیاد پر کام کرتے ہوئے اسلم کو 70 روپے فی گھنٹہ ادائیگی ہوتی ہے۔ اضافی وقت کی ادائیگی 70 روپے فی گھنٹہ کا 1.5 گنا ہے۔ اگر وہ 40 گھنٹے اضافی وقت کام کرتا ہے اس کی ماہانہ مجموعی تنخواہ معلوم کیجیے۔
4. اگر ایک شخص کی بنیادی تنخواہ 18000 روپے، کرایہ مکان الاؤنس 3500 روپے، مہنگائی الاؤنس 3000 روپے اور کوٹیز الاؤنس 1500 روپے اور میڈیکل الاؤنس 500 روپے ہو تو اس شخص کی مجموعی ماہانہ تنخواہ کیا ہوگی؟
5. اگر ایک شخص کی آمدنی میں سسٹمی کی شکل میں 400 روپے انکم ٹیکس، 1200 روپے بینوولینٹ فنڈ، 1500 روپے پی پی ٹی اور 400 روپے گروپ انشورنس شامل ہوں تو 45000 روپے میں سے اس کے پاس کتنی رقم باقی بچے گی؟
6. نعمان ایک فیکٹری میں کام کرتا ہے جہاں 35 گھنٹوں کے ہفتہ میں 50 روپے فی گھنٹہ اجرت دی جاتی ہے۔ اضافی وقت کام کرنے پر 50 روپے فی گھنٹہ کا 1.5 گنا دیا جاتا ہے۔ دو ہفتہ کتنا کماے گا اگر وہ درج ذیل گھنٹے کام کرتا ہے۔

گھنٹے 50 (iii) گھنٹے 48 (ii) گھنٹے 38 (i)

7. عبداللہ کی تنخواہ کی سلیپ ظاہر کرتی ہے کہ اس نے ہفتہ میں 36 گھنٹے کام کے علاوہ 6 گھنٹے اضافی کام کیا ہے۔ اگر اس کی تنخواہ کی بنیادی شرح 60 روپے فی گھنٹہ اور اضافی وقت کی ادائیگی 60 روپے کا 1.5 گنا ہو تو عبداللہ کی ماہانہ مجموعی تنخواہ معلوم کیجیے۔

جانہ مشق

محجرات کے گورنمنٹ

(۱۱) "تم جو تیری کی کتاب ہے کہ جس کی اہمیت میں طالب علم کے اخلاق اور تعلیمات پر ریاست کا اہم اثر ہے۔"

۱۰۔ (۱) جس کی کھال کھانسی (۲) جس کی کھال کھانسی (۳) جس کی کھال کھانسی (۴) جس کی کھال کھانسی (۵) جس کی کھال کھانسی

(۱۱) ۔۔ لکس جو آمدنی، جتنی کہ ہو جائے اگر لکس، چھوٹا لکس، غیر دی گھر میں، رسول پاک صلی اللہ علیہ وسلم

۱۔ مگر کس کو ہے (۵) جانیو لکھ کر ہے (۱) (۲) لکھ کر ہے (۱) (۳) لکھ کر ہے (۱)

(iii) ذیل نیز سوئڈش لٹری کی اصل سے لکھو :

۱۔ لکھتے ہیں (d) جاتیہ لکھتے ہیں (c)۔ برادر است لکھتے ہیں (b)۔ برادر لکھتے ہیں (a)۔

(۱۷) کسی چیز کی قیمت میں اضافہ نہ کرے

یک اور نی کے ہیں (d) کم لگے ہیں (c) * لگے ہیں (b) لگے ہیں (a)

(۷) کسی تہذیب کی ممتی جتنے پر ایک فریڈر فریڈر کے وقت پر لکھتا ہے کہ اس کا چاہئے :

سزا کس کے لیے ہے (۱۵) ارم کس کے لیے ہے (۱۶) کس کے لیے ہے (۱۷) (۱۸) (۱۹) (۲۰)

(vi) وہ نگہ جو زمین، کمر، قیود یا عدالت کے ملک سے حاصل کیا جاتا ہے:

غیر برہ راست لکھتے ہیں (۵) برہ راست لکھتے ہیں (۴) اگم لکھتے ہیں (۳) بھلی لکھتے ہیں (۱)

(viii) لکھنؤ کے جہانگیر آباد کے ایک شخص نے

(vii) مندرجہ ذیل میں سے کسی ایک پر جواب دیجئے:

(a) ایک ایسی جگہ بتائیے جہاں زمین کی سطح پر پانی کی سطح سے زیادہ زیادہ ہے۔
 (b) ایک ایسی جگہ بتائیے جہاں زمین کی سطح پر پانی کی سطح سے کم ہے۔
 (c) ایک ایسی جگہ بتائیے جہاں زمین کی سطح پر پانی کی سطح سے برابر ہے۔
 (d) ایک ایسی جگہ بتائیے جہاں زمین کی سطح پر پانی کی سطح سے زیادہ کم ہے۔

2. 2014-15

2. خالی جگہ پر لکھو۔
 (1) درم جو کہ دینی کے کتاب سے اور مٹا فح سے حاصل کر کے یا مسلمان کی قیمت میں جمع کر کے یا مسلمان کے پاس سے

کوہو اکی جاتی ہے وہ _____ کہلاتی ہے۔

(۱۱) جو لکس جو اسمی، چاہیہ اور مضافیہ، انکم لکس، چاہیہ اور مضافیہ کی فصل میں حاصل کیا جائے

۱۔ تجربہ

(vi) ایک ٹن سارا کل گیس بہاؤ درج ذیل کے گیس کے لئے ہے۔

(vii) کسی چیز کی قیمت میں اضافی طور پر حاصل گیس کے لئے ہے۔

(viii) کسی چیز کی قیمت میں ایک فریڈ، فریڈ کے وقت پر گیس بہاؤ کرنا ہے۔

(ix) 100 گیس بہاؤ میں، گیس بہاؤ یا مدت کے ساتھ سے حاصل ہوتا ہے۔

(x) 100 گیس بہاؤ میں، گیس بہاؤ یا مدت کے ساتھ سے حاصل ہوتا ہے۔

(xi) اگر ایک قیمت سے ملانے والی 100.00.000 روپے 15% کی شرح سے قابل ہوا گیس

روپے 100۔

(xii) 12000 روپے قیمت کے ٹیبلٹوں کی شرح سے اضافی گیس۔

(xiii) 3.00.000 روپے کی، 150% کی شرح سے ایک ہزار روپے۔

3. ایک ٹیبلٹ ساٹھ کی قیمت 4000 روپے ہے۔ اگر ایک ساٹھ 16% کی شرح سے ملے گیس بہاؤ ہے تو

30 ساٹھوں پر ملے گیس بہاؤ

4. اگر ایک ٹیبلٹ کی قیمت 100.00.000 روپے ہے اور اسے 1.50.000 روپے کی قیمت پر 1.5% کی

شرح سے ملے گیس بہاؤ حاصل ہوتا ہے

5. گیس بہاؤ ایک سال کے دوران میں 5.670 Hm³ گیس بہاؤ حاصل ہوتا ہے۔ 16% کی شرح سے

ساتھ گیس کے بل کی قابل ہوا رقم معلوم کیجیے۔

6. دو ساٹھوں میں کل کے لئے حاصل کیے گئے ہر ٹیبلٹ کے لئے ہے۔

یہ ٹیبلٹ (i) 285 (ii) 340 (iii) 200 (iv) 275

کل کے بل میں تمام اشیاء کو حاصل کر کے ملے گیس بہاؤ ملے گیس بہاؤ میں ہے۔

7. ایک ٹیبلٹ کی قیمت 75000 روپے ہے۔ اگر 1500 روپے، 1200 روپے اور

1800 روپے بالترتیب کم گیس، بنڈلینٹ لٹ اور پی پی لٹ منہا کئے گئے ہوں تو وہ ٹیبلٹ باقی کتنے

روپے کر کے جائے گا؟

خلاصہ

”رقم جو آمدنی کے تناسب سے اور منافع سے حاصل کر کے یا سامان کی قیمت خرید میں اضافہ کر کے یا خدمات پر ریاست کو ادا کی جاتی ہے ٹیکس کہلاتی ہے۔“

”برہنہ راست ٹیکس“ آمدنی، جائیداد اور منافع پر اکم ٹیکس، پر اپنی ٹیکس اور منافع پر ٹیکس کی شکل میں حاصل کیا جاتا ہے۔

بواسطہ ٹیکس میں ڈیوٹیز، موٹروں، سیکلز، سامان، خدمات ٹیکس، (جی ایس ٹی) ٹیکس اور قیمت میں اضافی جمع شدہ ٹیکس شامل ہیں۔

جب ہم کوئی چیز خریدتے ہیں تو ہم ایک خاص رقم بطور اضافی ٹیکس جو کہ چیز کی قیمت خرید میں شامل کرتے ہوئے ادا کرتے ہیں اسے سلیز ٹیکس کہتے ہیں۔ یہ ٹیکس عام طور پر قیمت فروخت کی ایک مقررہ شرح فی صد سے دیا جاتا ہے۔ پاکستان میں سامان کے خرید اور خدمات مہیا کرنے پر 16% کی شرح سے سلیز ٹیکس وصول کیا جاتا ہے۔

ایک ایئر ڈیوٹی ٹیکس کی وہ شکل جو ایک خریدار ایک تیار کی گئی چیز پر خریدتے وقت ادا کرتا ہے۔
پر اپنی ٹیکس زمین، گھر، فلیٹ، یا عمارت کے مالک سے ایک خاص شرح 16% کے حساب سے سالانہ آمدنی پر وصول کیا جاتا ہے۔

اکم ٹیکس ہر سال یکم جولائی سے اگلے سال 30 جون کے درمیان قابل ٹیکس آمدن پر وصول کیا جاتا ہے۔

یونٹ 1

الجبری کلیے ALGEBRAIC FORMULAS

اور ان کا اطلاق AND APPLICATIONS

❖ الجبری جملے

❖ الجبری کلیے

❖ مقادیر اسم اور ان کا اطلاق

❖ تاطق بنانا

الجبري جملے: ALGEBRAIC EXPRESSIONS:

الجبر احساب کی توسیع ہے الجبر میں a, b, c جیسے حروف تہجی مستقل مقداروں کو ظاہر کرتے ہیں اور x, y, z کو ہم قابل انتخاب عددی قیمت کیلئے استعمال کرتے ہیں

الجبري جملے میں اعداد اور حروف تہجی عوامل کی علامتوں $+, -, \times, \div$ کے ساتھ استعمال ہوتے ہیں جبکہ علامت $+$ اور $-$ الجبري جملے کی رقوم (Terms) کو جدا کرتی ہیں۔

مثال

2 رقوم (Terms) پر مشتمل ہے

$$ax + by$$

2 رقوم (Terms) پر مشتمل ہے

$$3x - 2y$$

3 رقوم (Terms) پر مشتمل ہے

$$9x^2 - 7xy + 7y^2$$

1 رقوم (Term) پر مشتمل ہے

$$5xy$$

درج بالا میں اعداد $5, 7, 9, 2, 3, b, a$ جملوں میں عددی سر کلاتے ہیں جبکہ x, y حیرت کلاتے ہیں۔ ایک الجبري جملہ تین طرح کا ہوتا ہے

(I) کثیر رتی polynomial (II) ناطق جملہ Rational (III) غیر ناطق جملہ Irrational

x حیرت میں n کی کثیر رتی یوں لکھی جاتی ہے

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

جبکہ n ایک غیر حقیقی عدد ہے اور $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$ جملہ حیرت ہیں جبکہ $a_n \neq 0$ اور x حیرت کا سب سے بڑا توان n ہے لہذا اس کثیر رتی کا درجہ n ہے

ناطق جملے: Rational Expressions

ہم جانتے ہیں کہ $\frac{p}{q}$ طرز کا عدد جس میں $q \neq 0$ اور $p, q \in \mathbb{Z}$ ناطق عدد کلاتا

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ کی طرز میں لکھا گیا ایک جملہ (جس میں $Q(x) \neq 0$ جبکہ $P(x)$ اور $Q(x)$ حقیقی x میں کثیراتعین ہیں) ایک ناطق جملہ کہلاتا ہے

مثال:

$$(i) \frac{x^2 + 1}{x^3 + x^2 + 3} \quad (ii) \frac{x^3 + 8}{x + 1} \quad (iii) \frac{2x^2 + 3x + 3}{x^2 + x + 2} \quad (iv) \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 3}$$

ناطق جملے کہلاتے ہیں۔ ناطق جملے، ناطق اعداد کی طرح جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کیے جاسکتے ہیں، ناطق جملے دو طرح کے ہوتے ہیں۔

(i) واجب ناطق جملے

(ii) غیر واجب ناطق جملے

واجب ناطق جملے: Proper Rational Expressions

ایک ناطق جملہ $\frac{P(x)}{Q(x)}$ ، $Q(x) \neq 0$ واجب ناطق جملہ کہلاتا ہے اگر $P(x)$ کا درجہ $Q(x)$ (degree) کے درجے سے کم ہو

مثال

$$\frac{x+1}{x^2+3x+7} \quad \frac{3x^3+4x^2+5}{2x^4+1}$$

غیر واجب ناطق جملے: Improper Rational Expressions

ایک ناطق جملہ $\frac{P(x)}{Q(x)}$ ، $Q(x) \neq 0$ جس میں $P(x)$ کا درجہ $Q(x)$ (degree) کے درجے کے برابر یا اس سے کے درجے سے بڑا ہو غیر واجب ناطق جملہ کہلاتا ہے۔

مثال

$$\frac{x^2+2x+4}{x+1} \quad \frac{x^2+4x+9}{x^2+1} \quad \frac{x^3+1}{x^2-x+4} \quad \frac{x+5}{x-1}$$

رہے مح الجبری جملوں کا مشاہدہ۔ Examine a Given Algebraic Expression.
درج ذیل جملوں پر غور کیجیے۔

(i) $2x^2 + 3x + 9$ (ii) $x + 5$ (iii) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1$ (iv) $\frac{-4}{x^2}$

(i) اور (ii) کثیر رتی ہیں لیکن (iii) اور (iv) کثیر رتی نہیں۔ کیونکہ (iii) اور (iv) حشرات کے قوت نما کج اعداد نہیں ہیں۔
درج ذیل پر بھی غور کیجیے۔

(i) $\frac{x+1}{x^3+x^2+8}$ (ii) $\frac{x^3+1}{x-1}$ (iii) $\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 1$

(iv) $2\sqrt{y} + \frac{8}{\sqrt{x}} + 1$ (v) $\frac{\sqrt{y}+3}{x^{2/3}}$

(i) اور (ii) ناطق جملے ہیں لیکن (iii) اور (iv) اور (v) ناطق جملے نہیں ہیں۔ کیونکہ حشرات کے قوت نما کج اعداد ہیں۔
ناطق جملے اپنی مختصر ترین شکل میں:

Rational Expressions in its Lowest Terms

اگر A, B اور C کثیر رتیاں ہوں جبکہ $B, C \neq 0$ تو $\frac{AC}{BC} = \frac{A}{B}$

(جو کہ کسور کا بنیادی قانون کہلاتا ہے)

اس اصول کو ناطق جملوں کو مختصر ترین شکل میں تبدیل کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔
ایک ایسا ناطق جملہ جس کے شہد کنندہ اور مخرج میں '1' اور -1 کے علاوہ کوئی مشترک جزو نہ ہو اپنی مختصر ترین شکل میں کہلاتا ہے۔

یہ جاننے کے لئے کہ کوئی جملہ اپنی مختصر ترین شکل میں ہے یا نہیں، ہم دی گئی مثال پر غور کرتے ہیں۔

حل: $\frac{8x^3y^2}{12xy^5}$ کی مختصر ترین شکل معلوم کریں۔

$$\begin{aligned}\frac{8x^3y^2}{12xy^5} &= \frac{2x^2 \cdot 4xy^2}{3y^2 \cdot 4xy^2} \\ &= \frac{2x^2}{3y^3}\end{aligned}$$

میں کسی بھی ناطق جملے کو مختصر ترین شکل میں تبدیل کرنے کے لیے سب سے پہلے ہم شمار کنندہ اور مخرج کے اجزائے ضربی جملے ہیں اور اس کے بعد کسروں کے بنیادی اصول کی مدد سے مطلوبہ جملہ حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}\frac{b^2 - a^2}{b^3 - a^3} &= \frac{(b-a)(b+a)}{(b-a)(b^2+ab+a^2)} \\ &= \frac{(b+a)}{(b^2+ab+a^2)}\end{aligned}$$

ناطق جملوں کا اختصار Reduce a Rational Expression to its Lowest Terms

مثال:- مختصر ترین شکل میں تبدیل کریں۔

$$\begin{aligned}\text{(i)} \quad &\frac{32x^5y^7}{-4x^2y^9} \\ \text{(ii)} \quad &\frac{32x^5y^7}{-4x^2y^9}\end{aligned}$$

$$= \frac{8x^3 \cdot 4x^2y^7}{y^2 \cdot 4x^2y^7}$$

$$= -\frac{8x^3}{y^2}$$

$$\text{(ii)} \quad \frac{2-x}{3x^2-5x-2}$$

$$\text{(ii)} \quad \frac{2-x}{3x^2-5x-2}$$

$$= \frac{2-x}{3x^2-6x+x-2}$$

$$= \frac{2-x}{3x(x-2)+1(x-2)}$$

$$= \frac{(3x+1)(x-2)}{(-1)(x-2)}$$

$$= \frac{(3x+1)(x-2)}{(-1)(x-2)}$$

$$= \frac{(3x+1)(x-2)}{(-1)(x-2)}$$

$$= \frac{-1}{3x+1}$$

ماحق جملوں کی جمع، تفریق اور ضرب
Sum, Difference and Product of Rational Expressions
ہم ماحق جملوں کی جمع، تفریق اور ضرب درج ذیل مثالوں سے دیکھتے ہیں۔

مثال 1:-

حل کریں۔

$$(i) \frac{x+1}{x^2-3x+2} + \frac{x+2}{x^2-4x+3}$$

$$(ii) \frac{x+2}{x^3+1} + \frac{x}{x^2-1}$$

حل

$$(i) \frac{x+1}{x^2-3x+2} + \frac{x+2}{x^2-4x+3}$$

$$= \frac{x+1}{x^2-2x-x+2} + \frac{x+2}{x^2-3x-x+3}$$

$$= \frac{x+1}{x(x-2)-1(x-2)} + \frac{x+2}{x(x-3)-1(x-3)}$$

$$= \frac{x+1}{(x-2)(x-1)} + \frac{x+2}{(x-3)(x-1)}$$

$$= \frac{(x+1)(x-3) + (x+2)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{x^2-3x+x-3+x^2-2x+2x-4}{(x^2-2x-x+2)(x-3)}$$

$$= \frac{2x^2-2x-7}{(x^2-3x+2)(x-3)}$$

$$= \frac{2x^2 - 2x - 7}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}$$

$$\begin{aligned}
 & (ii) \frac{x+2}{x^2+1} + \frac{x}{x^2-1} \\
 &= \frac{x+2}{(x+1)(x^2-x+1)} + \frac{x}{(x-1)(x+1)} \\
 &= \frac{(x+2)(x-1) + x(x^2-x+1)}{(x+1)(x-1)(x^2-x+1)} \\
 &= \frac{x^3 + 2x - 2}{x^4 - x^3 + x^2 - x^2 + x - 1} \\
 &= \frac{x^3 + 2x - 2}{x^4 - x^3 + x - 1} \\
 & \quad \text{حل 2:}
 \end{aligned}$$

حل کریں۔

$$\begin{aligned}
 (i) & \frac{x+3}{x^2-4} - \frac{x-1}{x+2} \\
 (ii) & \frac{x+5}{x^2-6x} - \frac{x}{x-6} \\
 & \quad \text{حل:}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (i) & \frac{x+3}{x^2-4} - \frac{x-1}{x+2} \\
 &= \frac{x+3}{(x-2)(x+2)} - \frac{x-1}{x+2} \\
 &= \frac{(x+3)(1) - (x-1)(x-2)}{(x-2)(x+2)}
 \end{aligned}$$

$$\frac{x+3-(x^2-2x-x+2)}{x^2-4}$$

$$= \frac{x+3-x^2+2x-x+2}{x^2-4}$$

$$= \frac{4x-x^2+1}{x^2-4}$$

$$= \frac{1+4x-x^2}{x^2-4}$$

$$(ii) \frac{x+5}{x^2-6x} - \frac{x}{x-6}$$

$$= \frac{x+5}{x(x-6)} - \frac{x}{x-6}$$

$$= \frac{x+5-x \cdot x}{x(x-6)}$$

$$= \frac{x+5-x^2}{x^2-6x}$$

$$= \frac{5+x-x^2}{x^2-6x}$$

مسال 3:-

ظہر کریں۔

$$\times \frac{x-1}{x^3+1} (i) \frac{x^2+x}{x^2-x}$$

$$\times \frac{2x-1}{6x+1} (ii) \frac{2x^2}{2x-1}$$

حل:

$$(i) \frac{x^2+x}{x^2-x} \times \frac{x-1}{x^3+1}$$

$$= \frac{x(x+1)}{x(x-1)} \times \frac{x-1}{(x+1)(x^2-x+1)}$$

$$= \frac{x(x+1)(x-1)}{x(x-1)(x+1)(x^2-x+1)}$$

$$= \frac{1}{x^2-x+1}$$

$$(ii) \frac{2x^2}{2x-1} \times \frac{2x-1}{6x+1}$$

$$= \frac{2x^2(2x-1)}{(2x-1)(6x+1)}$$

$$= \frac{2x^2}{6x+1}$$

ناطق جملوں کی تقسیم: Division of Rational Expressions

ناطق جملوں کی تقسیم کا طریقہ یہ ہے کہ پہلے جملوں کے شمار کنندہ اور مخارج کے اجزائے ضربی بنائیں۔ پھر ان میں سے مشترک (یکساں) جملے کاٹ دیں۔

مثال :-

مختصر کیجیے۔

$$(i) \frac{x^2-2x}{x+1} \div \frac{x^2-4}{x^2+2x+1}$$

$$(ii) \frac{3x-1}{1+x} \div \frac{1-3x}{x^2+2x+1}$$

$$(i) \frac{x^2-2x}{x+1} \div \frac{x^2-4}{x^2+2x+1}$$

حل :-

$$= \frac{x(x-2)}{x+1} \div \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{x(x-2)}{x+1} \times \frac{(x+1)(x+1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x(x+1)}{x+2}$$

$$= \frac{x^2+x}{x+2}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad & \frac{3x-1}{1+x} \div \frac{1-3x}{x^2+2x+1} \\ &= \frac{3x-1}{1+x} \times \frac{(x+1)^2}{1-3x} \\ &= \frac{3x-1}{1+x} \times \frac{(x+1)(x+1)}{1-3x} \\ &= \frac{(3x-1)(x+1)}{-(3x-1)} \\ &= -(x+1) \end{aligned}$$

الجبری جملے کی قیمت Value of an Algebraic Expression

اگر کسی سیررقتی $P(x)$ میں x کی جگہ کوئی حقیقی عدد رکھیں تو ہمیں ایک حقیقی عدد حاصل ہوتا ہے۔
حقیقی عدد، $P(x)$ کی قیمت کہلاتی ہے۔ اگر $x = a$ ، $a \in R$ تو $P(x)$ کی قیمت $P(a)$ ہوگی۔

مثال کے طور پر:

(i) $x=1$ (ii) $x=2$ اگر $P(x) = 4x^3 + 3x^2 + 5x + 1$ کی قیمت معلوم کریں۔
اگر $P(x) = 4x^3 + 3x^2 + 5x + 1$

$$(i) P(1) = 4(1)^3 + 3(1)^2 + 5(1) + 1$$

$$= 4 + 3 + 5 + 1$$

$$= 13$$

$$P(1) = 13$$

لہذا

$$(ii) P(2) = 4(2)^3 + 3(2)^2 + 5(2) + 1$$

$$= 32 + 12 + 10 + 1 + 55$$

اور

$$P(2) = 55$$

ہیں

مثال 1 :-

اگر $P(x) = 4x^4 + 3x^2 - 5x + 1$ ہو تو $P(-1)$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل :- $P(x) = 4x^4 + 3x^2 - 5x + 1$ کے لئے

$$+ 3(-1)^2 - 5(-1) + 1$$

$$= 4 + 3 + 5 + 1$$

$$= 13$$

$$P(-1) = 4(-1)^4$$

مثال 2 :-

اگر $P(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 + 8}$ ہو تو $P(1)$ کی قیمت معلوم کریں۔

$$= P(x) \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 + 8}$$

$$= \frac{1^2 - 5(1) + 6}{1^3 + 8}$$

$$= \frac{1 - 5 + 6}{1 + 8}$$

$$= \frac{2}{9}$$

$P(1)$

مشق 1.1

حل کریں۔

1. اگر $P(x) = x^4 + 3x^2 - 5x + 9$ ہو تو $x = 0$ اور $x = 1$ کے لئے

$P(x)$ کی قیمت معلوم کریں۔

2. اگر $P(x) = 2x^3 + 2x^2 + x - 1$ ہو تو $P(-2)$ کی قیمت معلوم کریں۔

3. اگر $P(y) = 3y^2 + \frac{y}{4} + 9$ ہو تو $P(0)$ کی قیمت معلوم کریں۔

4. اگر $P(x) = 9x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ ہو تو $P(1)$ اور $P(2)$ کی قیمت معلوم کریں۔

5. اگر $P(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 1}$ ہو تو $P(1)$ اور $P(2)$ کی قیمت معلوم کریں۔

6. اگر $P(r) = 2\pi r$ ہو تو $r = 3$ اور $\pi = \frac{22}{7}$ کے لئے $P(r)$ کی قیمت معلوم کریں۔

7. اگر $P(r) = 4\pi r^2$ ہو تو $r = 8$ اور $\pi = \frac{22}{7}$ کے لئے $P(r)$ کی قیمت معلوم کریں۔

اگر $P(y) = y^4 + \frac{3y^3}{2} - y^2 + 1$ اور $y = -2$ ہے تو $y = 2$ پر $P(y)$ معلوم کریں۔

دہانے والے جملوں کو اس کی مختصر ترین شکل میں تبدیل کیجیے۔

9- $\frac{8x^2y^3}{12x^4y}$

10- $\frac{25a^3b^2}{14a^2b^4}$

11- $\frac{16a^6b^7}{12a^3b^5 + 20a^5b^4}$

12- $\frac{18m^5x^3}{27m^4x^3 - 36m^6x^6}$

13- $\frac{5c-5d}{c^2-d^2}$

14- $\frac{x^2-y^2}{3y-3x}$

15- $\frac{x}{x-y} + \frac{x^2}{x^2+y^2}$

16- $\frac{x^2+2x}{x^2+x-2} + \frac{3x}{x+1}$

17- $\frac{x+2}{x^2+3x+2} - \frac{x-5}{x^2-x-6}$

18- $\frac{8x^2+18y^2}{4x^2-9y^2} - \frac{2x+3y}{2x-3y}$

19- $\frac{x}{x^2+xy} - \frac{y}{x^2-y^2}$

20- $\frac{x+y}{xy+y^2} - \frac{x}{x^2-xy}$

21- $\frac{(x+1)^2}{x^2-1} - \frac{x^2+1}{x^2+1}$

22- $\frac{5x}{x-9} + \frac{x^2-2x+1}{x^2-12x+27} - \frac{6x}{x-3}$

23- $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4} + \frac{x}{x-2}$

24- $\frac{x^2-36}{x^2-1} + \frac{x-6}{1-x}$

25- $\frac{x^2-5x}{x-1} + \frac{x^2-25}{x^2+x+20}$

26- $\frac{2x^2-5x-12}{4x^2+4x-3} + \frac{2x^2-7x-4}{6x^2+5x-4}$

27- $\frac{x(2x-1)^2}{2x^2-1} + \frac{4x^2-1}{4x^2+4x+1}$

28- $\frac{x^2+x}{x^2-1} \times \frac{x+1}{x^3+1}$

29- $\frac{x^2-9}{x^2-6x+9} \times \frac{x}{3x+9}$

30- $\frac{x+5}{x^2+6x} \times \frac{x^3+6x^2}{x+5}$

31- $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \times \frac{x+1}{x-1}$

32- $\frac{x^2+4x+3}{x+3} \times \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$

1.2 گئے FORMULAE

ایک کلیہ، الجبری شکل میں ایک قانون کو ظاہر کرتا ہے جبکہ گئے اس کی تصدیق ہیں۔

1.2.1 کلیہ 1

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$\text{ثبت: } L.H.S = (a+b)^2 + (a-b)^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2$$

$$= 2a^2 + 2b^2$$

$$= 2(a^2 + b^2)$$

$$= R.H.S$$

کلیہ 2

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

$$\text{ثبت: } L.H.S = (a+b)^2 - (a-b)^2$$

$$= (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2)$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2$$

$$= 4ab$$

$$= R.H.S$$

مثال 1:-

$$a^2 + b^2 \text{ کی قیمت معلوم کریں جبکہ } a + b = 8 \text{ اور } ab = 12$$

$$\text{حل: چونکہ } a + b = 8$$

$$\text{دونوں اطراف مربع لیتے ہیں} \quad (a+b)^2 = (8)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 64$$

$$a^2 + b^2 = 64 - 2ab$$

$$= 64 - 2(12) \because ab = 12$$

$$= 64 - 24$$

$$a^2 + b^2 = 40$$

علامت: مطلوب ہے کہ

مثال 2:-
 $a - b = 3$ اور $a + b = 9$ کی قیمت معلوم کریں جبکہ
 حل: ہمیں معلوم ہے کہ

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

$$(9)^2 - (3)^2 = 4ab$$

$$81 - 9 = 4ab$$

$$4ab = 72$$

$$ab = \frac{72}{4}$$

$$ab = 18$$

1.2.2- لکھیے 3

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$= a + bp \quad \text{فرض کیا}$$

$$\text{L.H.S } = (a + b + c)^2 = (p + c)^2$$

$$= p^2 + 2pc + c^2$$

$$= (a + b)^2 + 2(a + b)c + c^2 \quad (\because p = a + b)$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$= \text{R.H.S}$$

مثال 3:-
 $a^2 + b^2 + c^2$ کی قیمت معلوم کریں جبکہ $a + b + c = 12$ اور $ab + bc + ca = 8$
 حل: ہمیں معلوم ہے کہ

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$(12)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(8)$$

$$144 = a^2 + b^2 + c^2 + 16$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 128$$

مثال 4:-

$a + b + c$ کی قیمت معلوم کیجئے جبکہ $a^2 + b^2 + c^2 = 100$ اور $ab + bc + ca = 22$

حل: ہمیں معلوم ہے کہ

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \\&= (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca) \\&= 100 + 2(22) \\&= 100 + 44\end{aligned}$$

$$(a + b + c)^2 = 144$$

$$(a + b + c)^2 = (12)^2$$

$$a + b + c = \pm 12$$

نتیجہ

(i) $x^2 = a^2$
 $x = \pm a$

(ii) $x^2 = a$
 $x = \pm \sqrt{a}$

مثال 5:-

$ab + bc + ca$ کی قیمت معلوم کریں جبکہ $a^2 + b^2 + c^2 = 36$ اور $a + b + c = 8$

حل: ہمیں معلوم ہے کہ

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \\8^2 &= 36 + 2(ab + bc + ca)\end{aligned}$$

$$64 - 36 = 2(ab + bc + ca)$$

$$2(ab + bc + ca) = 28$$

$$(ab + bc + ca) = \frac{28}{2} \text{ (دونوں اطراف کو 2 پر تقسیم کرنے سے)}$$

$$ab + bc + ca = 14$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b) + b^3$$

$$\text{L.H.S.} = (a+b)^3$$

$$= (a+b)^2(a+b)$$

$$= (a^2 + 2ab + b^2)(a+b)$$

$$= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + b^2a + b^3$$

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + 3ab(a+b) + b^3$$

$$= \text{R.H.S.}$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3ab(a-b) - b^3$$

$$\text{L.H.S.} = (a-b)^3$$

$$= (a-b)^2(a-b)$$

$$= (a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$$

$$= a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + b^2a - b^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad (\because ab^2 = b^2a)$$

$$= a^3 - 3ab(a-b) - b^3$$

$$= R.H.S$$

کلیہ 6

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$R.H.S = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + b^3$$

$$= L.H.S$$

کلیہ 7

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$R.H.S = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - b^3$$

$$= L.H.S$$

مثال 6:-

$x^3 + y^3$ کی قیمت معلوم کریں جبکہ $x + y = 5$ اور $xy = 8$

$$x + y = 5$$

$$(x+y)^3 = (5)^3$$

(دونوں اطراف کا مکعب لیتے ہیں)

$$x^3 + y^3 + 3xy(x+y) = 125$$

$$(x+y=5 \text{ اور } xy=8) \quad x^3 + y^3 + 3(8)(5) = 125$$

$$x^3 + y^3 + 120 = 125$$

$$x^3 + y^3 = 125 - 120$$

$$\therefore x^3 + y^3 = 5$$

مثال 7:-

$a^3 - b^3$ کی قیمت معلوم کریں جبکہ $a - b = 6$ اور $ab = 7$

$$a - b = 6$$

حل:

$$(a - b)^3 = (6)^3$$

(دونوں اطراف کا مکعب لینے سے)

$$a^3 - b^3 - 3ab(a - b) = 216$$

$$a^3 - b^3 - 3(7)(6) = 216$$

$$a^3 - b^3 - 126 = 216$$

$$a^3 - b^3 = 216 + 126$$

$$a^3 - b^3 = 342$$

مثال 8:-

کے اجزائے ضربی بنائیے۔

$$x^3p^2 - 8y^3p^2 - 4x^3q^2 + 32y^3q^2$$

$$x^3p^2 - 8y^3p^2 - 4x^3q^2 + 32y^3q^2 \quad (\text{رقوم کی ترتیب دے لے سے})$$

$$= p^2(x^3 - 8y^3) - 4q^2(x^3 - 8y^3)$$

$$= (p^2 - 4q^2)(x^3 - 8y^3)$$

$$= [(p)^2 - (2q)^2][(x)^3 - (2y)^3]$$

$$= (p - 2q)(p + 2q)(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$$

مثال 9:-

$$64x^6 - 729y^6 \text{ کے اجزائے ضربی بنائیے۔}$$

$$64x^6 - 729y^6 = 2^6x^6 - 3^6y^6$$

$$= (2x)^6 - (3y)^6$$

$$= [(2x)^3]^2 - [(3y)^3]^2$$

$$= [(2x)^3 - (3y)^3][(2x)^3 + (3y)^3]$$

$$= (2x - 3y)[(4x^2 + 6xy + 9y^2)](2x + 3y)[(x^2 - 6xy + 9y^2)]$$

علامت :- کا مطلب ہے "مثبت"

مثال 10 :-

$$(x+y)^3 + 64$$

$$(x+y)^3 + 64$$

$$= (x+y)^3 + (4)^3$$

$$= (x+y+4)[(x+y)^2 - (x+y)4 + (4^2)]$$

$$= (x+y+4)[x^2 + y^2 + 2xy - 4x - 4y + 16]$$

مثال 11 :-

$$x^6 y^6 \text{ مسلسل حاصل ضرب معلوم کیجیے۔}$$

$$x^6 y^6$$

$$= (x^3 + y^3)^2$$

$$= (x^3)^2 - (y^3)^2$$

$$= (x^3 + y^3)(x^3 - y^3)$$

$$= (x+y)(x^2 - xy + y^2)(x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$= (x+y)(x-y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$$

مشق 1.2

درج ذیل سوالات فارمولوں کی مدد سے حل کریں۔

$$1. (x+2y)^2 + (x-2y)^2$$

$$2. (5x+3y)^2 + (5x-3y)^2$$

$$3. (3l+2m)^2 - (3l-2ym)^2$$

$$4. (l^4 + m^4) (l+m)(l-m)(l^2 + m^2)$$

$$(2x + 3y + 2)^2 \quad .6$$

$$(ab - \frac{1}{ab})^3$$

$$(3p + q + r)^2 \quad .8$$

$$(2p + q)^2$$

$$(x + y)^3 - 1 \quad .10$$

$$(2x + 3y)^3$$

$$8x^3 + 27y^3 \quad .12$$

$$(x - y)^3 + 64 \quad .12$$

$$64a^6 - b^6 \quad .14$$

$$x^6 - 729y^6 \quad .14$$

$$ab = -5 \text{ اور } a - b = 4 \text{ جبکہ } a^3 - b^3 \text{ کی قیمت معلوم کیجیے۔} \quad .15$$

$$[z + \frac{1}{z}]^2 - [z - \frac{1}{z}]^2 = 4 \quad \text{ثابت کیجیے۔} \quad .16$$

$$a - b = 3 \text{ اور } a + b = 5 \text{ جبکہ } ab \text{ اور } a^2 + b^2 \text{ کی قیمت معلوم کیجیے۔} \quad .17$$

$$ab + bc + ca = 11 \text{ اور } a + b + c = 6 \text{ جبکہ } a^2 + b^2 + c^2 \text{ کی قیمت معلوم کیجیے۔} \quad .18$$

$$xy = 10 \text{ اور } x + y = 7 \text{ جبکہ } x^3 + y^3 \text{ کی قیمت معلوم کیجیے۔} \quad .19$$

$$x^2 + y^2 = 86 \text{ اور } xy = -16 \text{ جبکہ } (x - y)^2 \text{ کی قیمت معلوم کیجیے۔} \quad .20$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 81 \text{ اور } a + b + c = 11 \text{ جبکہ } ab + bc + ca \text{ کی قیمت معلوم کیجیے۔} \quad .21$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 21 \text{ اور } ab + bc + ca = 7 \text{ جبکہ } (a + b + c)^2 \text{ کی قیمت معلوم کیجیے۔} \quad .22$$

1.3 مقادیر عام اور ان کا اطلاق SURDS AND THEIR APPLICATIONS

1.3.1 مقادیر عام Surds

ناطق اعداد: Rational Numbers

ایک عدد جس کو $\left[\frac{p}{q}\right]$ کی شکل میں بیان کیا جاسکے جہاں p, q کچھ اعداد ہوں اور $q \neq 0$ ناطق عدد کہلاتا ہے۔
مثال کے طور پر $\frac{2}{5}, \frac{8}{7}, \frac{2}{1}, \frac{3}{4}$ تمام ناطق اعداد ہیں۔

غیر ناطق اعداد: Irrational Numbers

ایک ایسا عدد جو کہ ناطق عدد نہ ہو غیر ناطق عدد کہلاتا ہے۔

مثال کے طور پر $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ وغیرہ تمام غیر ناطق اعداد ہیں۔

صاف ظاہر ہے کہ ایک غیر ناطق عدد کو $\left[\frac{p}{q}\right]$ کی شکل میں بیان نہیں کیا جاسکتا جہاں p, q کچھ اعداد ہوں

اور $q \neq 0$

حقیقی اعداد: Real Numbers

دو غیر مشترک ناطق اعداد کے میٹھ اور غیر ناطق اعداد کے میٹھ 0 کا یونین حقیقی اعداد کا میٹھ کہلاتا ہے۔

جذر کی علامت والی مقادیر عام: Surds of Radicals

جذر کی علامت پر مشتمل غیر ناطق عدد کو مقادیر عام کہتے ہیں۔

مثال کے طور پر $\frac{9}{\sqrt{7}}, \frac{\sqrt{2}}{5}, 10 - 4\sqrt{6}, 4 + 3\sqrt{5}, 2\sqrt{3}, \sqrt{2}$ تمام کی تمام مقادیر عام

ہیں۔

مثال:

$$(i) \quad \sqrt{3} = 3^{1/2} \quad \text{درجہ 2 کی مقادیر عام ہے}$$

$$(ii) \quad \sqrt[3]{4} = 4^{1/3} \quad \text{درجہ 3 کی مقادیر عام ہے}$$

$$(iii) \quad \sqrt[n]{a} = a^{1/n} \quad \text{درجہ n کی مقادیر عام ہے 'a' کو پوسٹ کرتے ہیں}$$

قوانین کے قاعدے Laws of Radicals

جیسے کہ مقدار اسم کو ناطق قوت نمائیں لکھا جاسکتا ہے۔ لہذا قوت نمائے قوانین کا بھی مقادیر اسم پر مطلق ہو گا ہے۔
ہر کسی بھی مثبت صحیح عدد 'n' کو مثبت ناطق عدد 'a' اور 'b' کے لیے، ہر سے پاس درج ذیل قوانین ہیں

قوت نمائے قوانین	قواعد کے قوانین
(i) $\left[a^{\frac{1}{n}}\right]^n = a$	(i) $(\sqrt[n]{a})^n = a$
(ii) $(ab)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} b^{\frac{1}{n}}$	(ii) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$
(iii) $\left[\frac{a}{b}\right]^{\frac{1}{n}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}}$	(iii) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
(iv) $\left[a^{\frac{1}{n}}\right]^m = (a^m)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{m}{n}}$	(iv) $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

اصل مقدار اسم: Pure Surds

ایسی مقدار اسم جس کا جزو ضربی صرف '1' ہو اور دوسرا جزو ضربی غیر ناطق ہو۔ اصل مقدار اسم کہلاتی ہے۔
مثال، $\sqrt{2}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt[3]{3}$ خالص مقدار اسم ہیں۔

مخلوط مقدار اسم: Mixed Surds

ایسی مقدار اسم جس کا '1' کے علاوہ کوئی اور ناطق جزو ضربی ہو اور دوسرا جزو ضربی غیر ناطق ہو، مخلوط مقدار اسم کہلاتی ہے۔

مثال $2\sqrt{3}$, $5\sqrt{7}$ مخلوط مقدار اسم ہیں۔

1.3.2 دوسرے درجے کی مقدار اسم: Surds of Second Order

$-a^{\frac{1}{2}}\sqrt{a}$ ایک ایسی مقدار اسم ہے جس کا مرتبہ 2 ہے یعنی کہ دوسری مقدار اسم۔
یاد رکھئے:

علامت $\sqrt{\quad}$ جذر کی علامت ہے جس کا انڈیکس 2 ہے

مشابہ مقدار اسم: Similar Surds

ایسی مقدار اسم جن میں غیر ناطق جزو ضربی ایک جیسا ہو مشابہ مقدار اسم کہلاتی ہیں۔

$\sqrt{3}$, $\frac{1}{7}\sqrt{3}$, $5\sqrt{7}$, $\sqrt{3}$ مشابہ مقدار اسم ہیں۔

ایسی مقدار اسم جن کے غیر ناطق جزو ضربی مختلف ہوں۔ مختلف مقدار اسم کہلاتی ہیں۔

مثال $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{5}$, $\sqrt{2}$: مختلف مقدار اسم ہیں۔

مقدار اسم کی جمع اور تفریق: Addition and Subtraction of Surds

مشابہ مقدار اسم کی جمع اور تفریق کی جاسکتی ہے۔

مثال

$$(i) 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (6 + 5)\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$$

$$(ii) 12\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = (12 + 4 - 6)\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$$

مقدار اسم کی ضرب اور تقسیم: Multiplication and Division of two Surds

ایک ہی درجہ کی مقدار اسم کو درج ذیل قوانین کے تحت ضرب دی جاسکتی ہے اور تقسیم کیا جاسکتا ہے۔

کسی بھی قدرتی اعداد 'm' اور 'n' کے لیے

$$(i) \sqrt{m} \times \sqrt{n} = \sqrt{mn}$$

$$(ii) \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{m}{n}}$$

مثال 1: $\sqrt{8} \times \sqrt{2}$ کو مختصر کریں۔

حل: قانون $\sqrt{m} \times \sqrt{n} = \sqrt{mn}$ کے مطابق

$$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4\sqrt{8 \times 2}$$

مثال 2:

 $\sqrt{180} + \sqrt{24}$ کو مختصر کریں۔

$$\sqrt{180} + \sqrt{24} = \frac{\sqrt{180}}{\sqrt{24}} = \sqrt{\frac{180}{24}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 3}}$$

$$= \sqrt{\frac{15}{2}}$$

$$[\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{24}} = \sqrt{\frac{180}{24}}]$$

خرج کو نامعقول بنانا: Rationalizing The Denominator

ہم کسی کسر کو اس کےخرج میں جذری علامت ختم کر کے مختصر کر سکتے ہیں۔ ہم ایسا کرنے کے لیے خرج اور شمار کنندہ دونوں کو اس جذری رقم سے ضرب دیتے ہیں۔ یہ عمل خرج کو نامعقول بنانا کھلاتا ہے۔

مثال 1: درج ذیل کو مختصر کریں۔

(a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(b) $\frac{5}{7\sqrt{2}}$

حل: (a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ کو $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ سے ضرب دیں

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(b) $\frac{5}{7\sqrt{2}}$ کو $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ سے ضرب دیں

$$\frac{5}{7\sqrt{2}} = \frac{5}{7\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{7 \times 2} = \frac{5\sqrt{2}}{14}$$

مثال 2:

 $(2 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3})$ کو ضرب دیں۔

$$(2 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3})$$

$$= (2 \times 5 + 2(-\sqrt{3}) + 5 \times \sqrt{3} + \sqrt{3}(-\sqrt{3}))$$

$$= 10 - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 3$$

$$= 7 + 3\sqrt{3}$$

حل 3: ضرب دیں۔

$$(3\sqrt{5} - 5\sqrt{2})(4\sqrt{5} + 3\sqrt{2})$$

$$(3\sqrt{5} - 5\sqrt{2})(4\sqrt{5} + 3\sqrt{2})$$

$$= 12(\sqrt{5})^2 + 9\sqrt{5}\sqrt{2} - 20\sqrt{2}\sqrt{5} - 15(\sqrt{2})^2$$

$$= 12 \times 5 + 9\sqrt{10} - 20\sqrt{10} - 15 \times 2$$

$$= 60 - 30 - 11\sqrt{10}$$

$$= 30 - 11\sqrt{10}$$

حل 4:

ہر دوں حل میں کیجیے

$$(i) \sqrt{288}$$

$$(ii) \sqrt{147}$$

$$(iii) \sqrt{36a^3}$$

$$(i) \sqrt{288}$$

$$= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}$$

$$= \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{3 \times 3} \times \sqrt{2}$$

$$= 2 \times 2 \times 3\sqrt{2}$$

$$= 12\sqrt{2}$$

$$(ii) \sqrt{147}$$

$$= \sqrt{7 \times 7 \times 3}$$

$$= \sqrt{7 \times 7} \times \sqrt{3}$$

$$= 7\sqrt{3}$$

$$(iii) \sqrt{36a^3}$$

$$= \sqrt{6 \times 6 \times a \times a \times a}$$

$$= \sqrt{6 \times 6} \times \sqrt{a \times a} \times \sqrt{a}$$

$$= 6 \times a \times \sqrt{a}$$

$$= 6a\sqrt{a}$$

حل:

2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

7	147
7	21
3	3
	1

ناطق بنانا : Rationalization

دورقی مقدار اسم : Binomial Surd

ایک ایسا دورقی جملہ جس میں کم از کم ایک رقم مقدار اسم ہو۔ دورقی مقدار اسم کہلاتی ہے

مثلاً $a + b\sqrt{x}$, $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ دورقی مقدار اسم ہیں۔

دورقی مقدار اسم کا انجوگٹ : Conjugate of Binomial Surds

$$(i) \quad a + b\sqrt{x} \quad \text{اور} \quad a - b\sqrt{x}$$

$$(ii) \quad \sqrt{x} + \sqrt{y} \quad \text{اور} \quad \sqrt{x} - \sqrt{y}$$

درج بالا ایسی مقدار اسم کے جوڑے ہیں جن کا حاصل ضرب ایک ناطق جملہ ہے۔ مقدار اسم کا ایسا جوڑا دورقی

مقدار اسم کا انجوگٹ کہلاتا ہے۔ جبکہ ان میں سے ہر ایک دوسرے کا انجوگٹ کہلاتا ہے۔

$$(i) \quad 2 + 3\sqrt{5} \quad \text{کی انجوگٹ مقدار اسم } 2 - 3\sqrt{5} \quad \text{ہے۔}$$

$$(ii) \quad \sqrt{3} + \sqrt{7} \quad \text{کی انجوگٹ مقدار اسم } \sqrt{3} - \sqrt{7} \quad \text{ہے۔}$$

یاد رکھیے کہ : دورقی کا انجوگٹ ایک دوسرے کے ناطق ساز جزو ضربی کہلاتے ہیں۔

جزو ناطق : Rationalizing Factor

جب دو مقدار اسم کا حاصل ضرب ایک ناطق جملہ ہو تو وہ دونوں ایک دوسرے کا جزو ناطق ساز جزو ضربی کہلاتے

ہیں۔

$$(i) \quad 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6 \quad (\text{جو کہ ناطق ہے})$$

مثال :

$$2\sqrt{3} \text{ کا ناطق ساز جزو ضربی ہے } \sqrt{3}$$

$$(ii) \quad (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 3 - 2 = 1 \quad (\text{جو کہ ایک ناطق ہے})$$

لہذا $(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ اور $(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ ایک دوسرے کے ناطق ساز جزو ضربی ہیں

مقدار اسم کو ناطق بنانا: Rationalizing of Surds

کسی مقدار اسم کو مناسب ناطق ساز جو سے ضرب دے کر اسے ناطق عدد میں تبدیل کرنے کا عمل مقدار اسم کو ناطق بنانا کہلاتا ہے۔

مثال 1:

کے مخرج کو ناطق بنائیے۔ $\frac{1}{5+2\sqrt{3}}$

حل: $\frac{1}{5+2\sqrt{3}}$

$$= \frac{1}{5+2\sqrt{3}} \times \frac{5-2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{5-2\sqrt{3}}{5^2-(2\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{5-2\sqrt{3}}{25-12} = \frac{5-2\sqrt{3}}{13}$$

مثال 2:

کے مخرج کو ناطق بنائیے۔ $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$

حل 3:

اگر $x = 3 + \sqrt{8}$ ہو تو درج ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

$$\begin{array}{llll} \text{(i)} \frac{1}{x} & \text{(ii)} x + \frac{1}{x} & \text{(iii)} x - \frac{1}{x} & \text{(iv)} \left[x + \frac{1}{x} \right]^2 \\ \text{(v)} \left[x - \frac{1}{x} \right]^2 & \text{(vi)} x^2 + \frac{1}{x^2} & \text{(vii)} x^2 - \frac{1}{x^2} & \end{array}$$

حل:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad \frac{1}{x} &= \frac{1}{3+\sqrt{8}} \\ &= \frac{1}{3+\sqrt{8}} \times \frac{3-\sqrt{8}}{3-\sqrt{8}} \\ &= \frac{3-\sqrt{8}}{(3)^2 - (\sqrt{8})^2} = \frac{3-\sqrt{8}}{9-8} \\ &= 3 - \sqrt{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad x + \frac{1}{x} &= (3 + \sqrt{8}) + (3 - \sqrt{8}) \\ &= 3 + \sqrt{8} + 3 - \sqrt{8} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad x - \frac{1}{x} &= (3 + \sqrt{8}) - (3 - \sqrt{8}) \\ &= 3 + \sqrt{8} - 3 + \sqrt{8} \\ &= 2\sqrt{8} \end{aligned}$$

$$(iv) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$$

$$\left(\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 6^2 \in (II)\right)$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 36$$

$$(v) \left(x - \frac{1}{x}\right)^2$$

$$\left(\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (2\sqrt{8})^2 \in (III)\right)$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 32$$

$$(vi) x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - 2$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\right) - 2$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$= 36 - 2 \in (iv)$$

$$= 34$$

$$(vii) x^2 - \frac{1}{x^2}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= 6(2\sqrt{8}) \quad (\in (II, III))$$

$$= 12\sqrt{8}$$

مشق 1.3

1. مخرج سے جذری علامت دور کیجیے۔

(i) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (ii) $\frac{2}{\sqrt{2}}, \frac{7}{\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$

2. درج ذیل جملوں کو مختصر کریں۔

(i) $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ (ii) $4\sqrt{50} + \sqrt{200} + \sqrt{50}$
 (iii) $(\sqrt{12} - \sqrt{2})(\sqrt{20} - 3\sqrt{2})$ (iv) $(6 + \sqrt{2})(5 - \sqrt{5})$
 (v) $(\sqrt{3} - 2)(5 - \sqrt{5})$ (vi) $(7 + \sqrt{3})(5 + \sqrt{2})$

3. درج ذیل کے مخارج کو ناطق بنائیے۔

(i) $\frac{1}{\sqrt{3} + 2}$ (ii) $\frac{1}{4 - \sqrt{5}}$ (iii) $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$ (iv) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

(v) $\frac{5\sqrt{7}}{2 + 3\sqrt{7}}$ (vi) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ (vii) $\frac{29}{11 + 3\sqrt{5}}$

(viii) $\frac{17}{3\sqrt{7} + 2\sqrt{3}}$

4. اگر $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5} + 2$ (i) اور $x^2 + \frac{1}{x^2}$ (ii) کی قیمت معلوم کیجیے۔

5. اگر $x - \frac{1}{x} = 2 + \sqrt{3}$ (i) اور $x^2 + \frac{1}{x^2}$ (ii) کی قیمت معلوم کیجیے۔

6. اگر $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ (i) اور $x^2 + \frac{1}{x^2}$ (ii) کی قیمت معلوم کیجیے۔

7. اگر $x + \frac{1}{x} = 3 - \sqrt{2}$ (i) اور $x - \frac{1}{x}$ (ii) کی قیمت معلوم کیجیے۔

8. اگر $\left(p + \frac{1}{p}\right)^2 = \sqrt{10} + 3$ (i) اور $\left(p - \frac{1}{p}\right)^2$ (ii) کی قیمت معلوم کیجیے۔

(ii) $\frac{\sqrt{a+3} - \sqrt{a-3}}{\sqrt{a+3} + \sqrt{a-3}}$

9. مخرج کو ناطق بنائیے۔ (i) $\frac{b + \sqrt{b^2 - a^2}}{b - \sqrt{b^2 - a^2}}$

1. صحیح جوابات کے گرد دائرہ لگائیے۔

1 ایک $\frac{P(x)}{Q(x)}$ کی اصل الجبری جملہ جس میں $Q(x) \neq 0$ ہے جبکہ $Q(x), P(x)$ کثیر رکیبوں کو کہلاتے ہیں۔

(a) ناطق عدد

(b) ناطق جملہ

(c) مقدار اسم

(d) قلوب مقدار اسم

$$2. (a+b)^2 - (a-b)^2 = ?$$

(a) $2(a+b)^2$

(b) $4ab$

(c) $-4ab$

(d) $a^2 + b^2$

$$3. (a+b)^2 + (a-b)^2 = ?$$

(a) $-4ab$

(b) $a^2 + b^2$

(c) $4ab$

(d) $2(a^2 + b^2)$

$$4. (a-b)(a^2 + ab + b^2) = ?$$

(a) $(a-b)^3$

(b) $(a+b)^3$

(c) $a^3 - b^3$

(d) $a^3 + b^3$

$$5. (a+b)(a^2 - ab + b^2) = ?$$

(a) $a^3 - b^3$

(b) $(a+b)^3$

(c) $(a-b)^3$

(d) $a^3 + b^3$

$$6. a^3 + 3ab(a+b) + b^3 = ?$$

(a) $(a+b)^3$

(b) $(a-b)^3$

(c) $a^3 + b^3$

(d) $a^3 - b^3$

$$7. a^3 - 3ab(a-b) - b^3 = ?$$

(a) $a^3 + b^3$

(b) $(a+b)^3$

(c) $a^3 - b^3$

(d) $(a-b)^3$

8. ایک غیر ناطق عدد جس میں ہندسہ کی طاقت نہ کہلاتی ہے۔

(a) قلوب مقدار اسم

(b) مقدار اسم

(c) ناطق عدد

(d) قدرتی عدد

9. مقدار $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ کا درجہ ہے۔

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) $1/2$ 10. مقدار a^m کو ضرب دی جاسکتی ہے اگر وہ ہوں

(a) یکساں درجہ کی

(b) دو درجہ کی

(c) مختلف درجوں کی

(d) درجہ n کی

11 - خالی جگہ پر کریں۔

1. ایک $\frac{p}{q}$ کی شکل کا عدد جس میں $q \neq 0$ اور $p, q \in \mathbb{Z}$ _____ کہلاتا ہے۔2. $\frac{p(x)}{Q(x)}$ کی شکل کا جملہ جس میں $Q(x) \neq 0$ اور $Q(x), p(x)$ کثیراتقیان ہوں، _____ کہلاتا ہے۔

3. $(a+b)^2 - (a-b)^2 =$ _____

4. $(a+b)^2 + (a-b)^2 =$ _____

5. $a^3 + 3ab(a+b) + b^3 =$ _____

6. $a^3 - 3ab(a-b) - b^3 =$ _____

7. $(a-b)(a^2 + ab + b^2) =$ _____

8. $(a+b)(a^2 - ab + b^2) =$ _____

9. ایک غیر ناطق عدد جس میں جذری علامت ہو _____ کہلاتا ہے۔

10. $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ درجہ کی مقدار a^m کہلاتی ہے۔

خلاصہ Summary

کلیے: Formulae

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3ab(a \pm b) \pm b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

مقدار اصم : مقدار اصم ایک غیر ناطق جملہ ہے جس میں جذری علامت پائی جاتی ہے۔
خالص مقدار اصم : ایسی مقدار اصم جس میں '1' ایک ناطق جزو ضربی ہو اور دوسرا جزو ضربی غیر ناطق ہو۔
قلوط مقدار اصم : ایسی مقدار اصم جس میں '1' کے علاوہ کوئی ناطق جزو ضربی ہو جبکہ دوسرا جزو ضربی غیر ناطق ہو۔ قلوٹ مقدار اصم کہلاتی ہے۔

مشابہ مقدار اصم : مقدار اصم جن کا یکساں غیر ناطق جزو ہو، ہم شکل / مشابہ مقدار اصم کہلاتی ہیں۔
غیر مشابہ مقدار اصم : ایسی مقدار اصم جن میں غیر ناطق اجزائے ضربی مختلف ہوں۔ غیر مشابہ مقدار اصم کہلاتی ہیں۔

ناطق ساز جزو ضربی : دو ایسی مقدار اصم کہ جن کا حاصل ضرب ایک ناطق عدد ہو تو دونوں ایک دوسرے کا ناطق ساز جزو ضربی کہلاتی ہیں۔